

## 2. LA MICROMETEOROLOGIA E LA CAPACITÀ DISPERDENTE DELL'ATMOSFERA

### 2.1 FONDAMENTI FISICI E FENOMENOLOGICI

Lo *Strato Limite Planetario* o *Planetary Boundary Layer (PBL)* è quella porzione di Troposfera a diretto contatto con la superficie terrestre prevalentemente interessata dall'Inquinamento Atmosferico. Essa può anche essere definita come quella *porzione di Troposfera direttamente influenzata dalla superficie terrestre, che risponde all'immissione di energia da essa proveniente con scale temporali dell'ordine dell'ora* (Stull, 1989). L'attrito subito dalle masse d'aria in movimento, le distorsioni indotte al loro flusso dall'orografia, l'evapotraspirazione, il trasferimento di calore dal suolo all'aria e l'emissione di inquinanti in prossimità del suolo causata dalle attività umane o dai fenomeni naturali (es. eruzioni vulcaniche, ecc.) rappresenta nel complesso l'influenza determinata dalla superficie terrestre sul *PBL*.

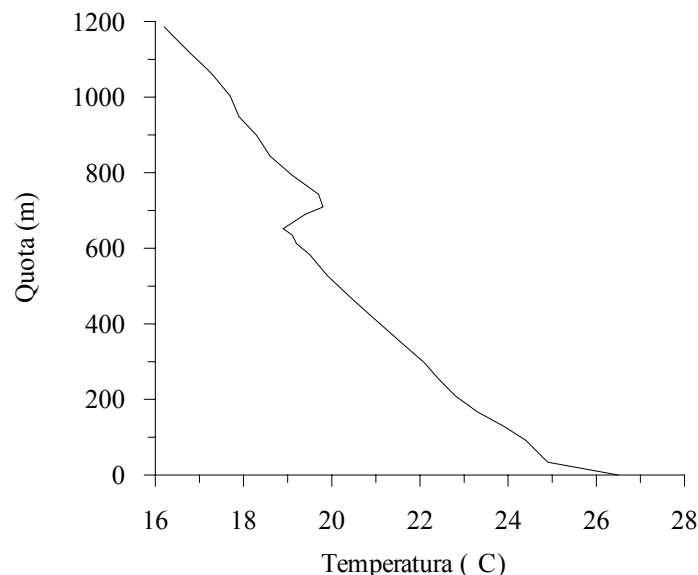


Fig. 2.1: profilo verticale di temperatura (28/7/2000, 12GMT, Milano Linate).

Se, per esempio, si considera il profilo verticale della temperatura dell'aria rilevato in un radiosondaggio di un'ora centrale della giornata, il limite superiore del *PBL* può essere individuato nella base dell'inversione termica in quota in esso presente (Fig.2.1). Normalmente l'estensione verticale del *PBL* presenta una notevole variabilità temporale ed un pronunciato ciclo diurno, cosa che evidenzia come il *PBL* possa essere considerato (Sorbjan, 1989) come un'enorme *macchina termica* che *trasforma l'energia solare in movimento delle masse d'aria*.

Mentre la Meteorologia Generale studia l'Atmosfera nel suo complesso e la Troposfera in particolare (i principali riferimenti bibliografici a questo proposito sono Stull, 1995, Dutton, 1995 e Holton, 1992), la disciplina che studia le proprietà e l'evoluzione del *PBL* prende il nome di *Micrometeorologia*. Per dettagli maggiori si rimanda a Sozzi e al., (2002).

## 2.1.1 Concetti di base

### 2.1.1.1 Le variabili

Il PBL è un *fluido continuo*, il cui *stato* è completamente definito da un *insieme di variabili di tipo macroscopico*. Prima di introdurle, è necessario presentare due concetti fondamentali: il *volume di controllo* ed il *sistema di riferimento*. Ad ogni posizione nel PBL è associabile un *volume di controllo* (o *particella*), cioè un volume d'aria di dimensioni finite, tanto piccolo da avere dimensioni trascurabili rispetto alle dimensioni caratteristiche del dominio di indagine, ma sufficientemente grande da contenere una porzione d'aria con caratteristiche chimico-fisiche omogenee. Per descriverne il movimento nello spazio e nel tempo, è necessario adottare un adeguato *sistema di coordinate*. Dato che nella maggior parte delle applicazioni pratiche si considera un *dominio di indagine* con un'estensione verticale ridotta (dell'ordine di 1÷2 km) ed una estensione orizzontale dell'ordine delle centinaia di chilometri, non è normalmente necessario tener conto esplicitamente della curvatura terrestre e quindi è sufficiente un *normale sistema di riferimento cartesiano ortogonale*. A priori tale sistema potrebbe essere qualsiasi, tuttavia è comodo adottarne uno tale che:

- l'asse  $x$  sia orientato nella direzione *Est - Ovest* (positivo verso Est),
- l'asse  $y$  sia orientato nella direzione *Nord - Sud* (positivo verso Nord),
- l'asse  $z$  sia orientato nella direzione *Alto - Basso* (positivo verso l'alto).

Questa scelta non è unica ed in certe situazioni risulteranno più comode scelte differenti.

In questo contesto, un fluido risulta essere un'entità continua per la quale, in ogni punto  $\underline{X}(x,y,z;t)$  dello spazio-tempo, è definibile un *vettore*  $\underline{U}(x,y,z;t)$ , cioè un *campo di velocità*. Nel caso del PBL la velocità del fluido (*variabile vettoriale*) prende il nome di *vettore vento*, definita in modo univoco dalle componenti rispetto agli assi coordinati (indicate come  $v_x, v_y, v_z$  oppure  $u, v, w$ ). In moltissime situazioni, però, il vento viene anche descritto attraverso:

- il modulo del vettore  $\underline{U}$  (o più spesso della sua proiezione sul piano orizzontale), che prende il nome di *velocità del vento*. In pratica si ha che la velocità del vento è definita come:

$$U = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} \cong \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} \quad [2.1]$$

E' normale trascurare nei pressi del suolo la componente verticale visto che spesso, ma non sempre, tale componente è di molto inferiore alle componenti orizzontali, specialmente quando si considerano valori medi su tempi sufficientemente lunghi. Dal punto di vista delle unità di misura, si adotta sia per le singole componenti del vettore vento che per la sua velocità l'unità ( $m \cdot s^{-1}$ ).

- secondo le *convenzioni aeronautiche* si definisce *direzione del vento* la *direzione da cui spira il vento*. Essa è  $0^\circ$  quando la direzione di provenienza è il Nord e questo angolo cresce fino a  $360^\circ$ , in particolare è  $90^\circ$  quando il vento proviene da Est,  $180^\circ$  quando proviene da Sud e  $270^\circ$  quando proviene da Ovest. Matematicamente la direzione del vento si ottiene dalle componenti cartesiane nel modo seguente:

$$D = 90^\circ - \frac{360^\circ}{2\pi} \tan^{-1} \left[ v_y / v_x \right] + \alpha_0 \quad [2.2a]$$

dove:

$$\alpha_0 = \begin{cases} 0^\circ & \text{se } v_x < 0 \\ 180^\circ & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [2.2b]$$

Un generico volume di controllo, posizionato nel punto  $P(x,y,z)$ , contiene un elevato numero di molecole in continua agitazione termica e quindi è definibile ad ogni istante una temperatura dell'aria  $T$ , cioè la funzione  $T(x,y,z;t)$  (normalmente misurata in gradi Kelvin). Va sottolineato che nella descrizione del *PBL* vengono spesso impiegate anche definizioni differenti di temperatura, come si vedrà nel seguito.

Per un generico volume di controllo si definisce *pressione*  $p$  la forza per unità di superficie che agisce perpendicolarmente alla superficie esterna del volume stesso. L'unità di misura più usata in Micrometeorologia è il *chiloPascal* (kPa) e l'*ectoPascal* (hPa, numericamente equivalente ai mbar). In condizioni standard e al livello del mare, la pressione atmosferica è pari a 1013.25 hPa. In atmosfera la *pressione è isotropica*, cioè in un dato punto essa è uguale in ogni direzione ed è la conseguenza del peso dell'aria sovrastante: più ci si innalza, meno numerose sono le molecole presenti nella colonna d'aria sovrastante il punto in considerazione, cosa che determina una *diminuzione della pressione* con la quota pressoché esponenziale e dipendente dalla temperatura. Una relazione approssimata che esprime tale variazione è la seguente:

$$p = p_0 \cdot \exp[-(0.0342/T) \cdot z] \quad [2.3]$$

in cui  $p_0$  è la pressione al livello del mare,  $T$  è la temperatura in (K) e  $z$  è la quota in metri. Come ordine di grandezza per calcoli rapidi ed approssimati, si ricordi che nel *PBL* si ha una riduzione di pressione con la quota pari a circa 10 hPa per ogni innalzamento di 100 metri.

#### 2.1.1.2 Le caratteristiche dell'aria secca e dell'aria umida

Quando nel *PBL* è assente il vapor d'acqua, si è in presenza di *aria secca*. Essa è una miscela di vari costituenti gassosi la cui composizione è in continuo cambiamento nello spazio e nel tempo. Questa affermazione, vera in generale, ha comunque bisogno di alcune spiegazioni. Nell'aria sono presenti alcuni gas (*gas permanenti*) la cui concentrazione non cambia apprezzabilmente nel tempo. I principali gas di questo tipo sono l'*Azoto* ( $N_2$ ), che rappresenta in volume il 78% dell'intera aria secca, e l'*Ossigeno* ( $O_2$ ), che rappresenta circa il 21% dell'aria secca. In pratica l'aria secca è rappresentata dalla miscela di questi due gas a cui si affiancano altri costituenti gassosi come i gas nobili *Argon* (Ar), *Neon* (Ne), *Elio* (He) e *Xeno* (Xe) e *Idrogeno* ( $H_2$ ). Dato che la quasi totalità dell'aria secca è rappresentata dalla miscela di un numero ridotto di gas permanenti, non ci si aspetta che la sua composizione vari significativamente nello spazio e nel tempo. Tuttavia, se si considera la sua composizione con maggior attenzione, si nota come in essa siano presenti numerose altre sostanze chimiche che, sebbene in concentrazioni estremamente ridotte, possono influenzare notevolmente la vita del pianeta. In genere, tali sostanze sono il risultato delle attività umane, soprattutto di quelle industriali, e spesso la loro presenza più o meno marcata nei vari punti del globo viene indicata genericamente come *inquinamento atmosferico*.

Un'importante famiglia di queste sostanze è costituita dai gas responsabili dell'assorbimento della radiazione ad onda lunga emessa dalla superficie terrestre, noti come *gas serra*, il cui rappresentante principale è il Biossido di Carbonio ( $CO_2$ ), anche se svolgono un'azione rilevante il Metano ( $CH_4$ ), l'Ossido Nitroso ( $N_2O$ ) ed in misura minore l'Ozono ( $O_3$ ).

Un'altra importante famiglia è quella dei *Clorofluorocarburi* (CFC) che svolge un ruolo determinante nei processi di distruzione della fascia di Ozono stratosferico: tali sostanze, per la

loro scarsa reattività, hanno tempi di residenza in atmosfera molto lunghi (dell'ordine delle decine o centinaia di anni) che permettono loro di raggiungere la stratosfera e di entrare in complesse reazioni chimiche che portano alla distruzione delle molecole di Ozono, con conseguente diminuzione dell'effetto schermante nei confronti della radiazione ultravioletta.

<b>Componente</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Peso Molecolare</b>	<b>Concentrazione (% in volume)</b>
Azoto	N <sub>2</sub>	28.01	78.084
Ossigeno	O <sub>2</sub>	32.00	20.946
Argon	Ar	39.95	0.934
Biossido di Carbonio	CO <sub>2</sub>	44.01	0.030
Neon	Ne	20.18	2.821 10 <sup>-3</sup>
Elio	He	4.00	0.524 10 <sup>-3</sup>
Metano	CH <sub>4</sub>	16.04	0.150 10 <sup>-3</sup>
Kripton	Kr	83.80	0.114 10 <sup>-3</sup>
Idrogeno	H <sub>2</sub>	2.02	0.050 10 <sup>-3</sup>
Xeno	Xe	132.30	0.009 10 <sup>-3</sup>
Ozono	O <sub>3</sub>	48.00	0.007 10 <sup>-3</sup>
Ammoniaca	NH <sub>3</sub>	16.04	0.001 10 <sup>-3</sup>
Iodio	I <sub>2</sub>	253.81	0.001 10 <sup>-3</sup>
Biossido di Azoto	NO <sub>2</sub>	46.01	0.0001 10 <sup>-3</sup>
Biossido di Zolfo	SO <sub>2</sub>	64.06	0.00002 10 <sup>-3</sup>
Monossido di Azoto	NO	30.00	0.00002 10 <sup>-3</sup>
Acido Solfidrico	H <sub>2</sub> S	34.08	0.00002 10 <sup>-3</sup>
Monossido di Carbonio	CO	28.01	tracce

*Tab. 2.1: - Costituenti principali dell'aria secca.*

Accanto a queste famiglie di inquinanti, responsabili di fenomeni a scala planetaria e capaci di influire sui processi fisici che regolano i meccanismi di equilibrio atmosferico, vanno ricordati tutti gli inquinanti presenti in quantità rilevanti in prossimità del suolo, importanti soprattutto per gli effetti diretti sulla salute degli organismi viventi, animali e vegetali: ossidi di azoto, ossidi di zolfo, composti del carbonio (soprattutto Monossido di Carbonio, CO, e tutta la classe degli idrocarburi), oltre a sostanze presenti in fase solida o liquida, solitamente indicata col termine di Particolato o Aerosol, caratterizzati dalle loro dimensioni fisiche e dalla loro composizione chimica, entrambe estremamente variabili nello spazio e nel tempo. Tutte queste sostanze sono presenti a concentrazioni assolute estremamente piccole, tali da non essere rilevanti nei processi fisici atmosferici (tranne che in qualche misura sulla sua trasparenza, che va ad alterare i bilanci energetici radiativi), ma importanti per la già ricordata azione dannosa sugli organismi viventi. In *Tab.2.1* è presentata una sintesi di quanto detto. Mentre per i gas permanenti le concentrazioni indicate sono sicuramente rappresentative di una generica aria secca, per tutte le altre sostanze i valori di concentrazione riportati devono essere visti come un ordine di grandezza indicativo.

L'aria secca (Matveev, 1965) *soddisfa la legge dei gas perfetti* come un gas con peso molecolare medio di circa 28.96. Tenendo conto di ciò, l'equazione di stato dell'aria secca è:

$$p = R_d \rho T \quad [2.4]$$

dove  $\rho$  è la densità dell'aria e  $R_d$  è la costante universale dei gas (287.053 J·K<sup>-1</sup>·kg<sup>-1</sup> oppure 2.8705 hPa·K<sup>-1</sup>·m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup> se la pressione è in hPa). Dalla (2.4) si ottiene una relazione per la densità dell'aria secca (kg·m<sup>-3</sup>), nota la pressione (in hPa) e la temperatura (K):

$$\rho = 0.3484 p/T \quad [2.5]$$

da cui risulta come la densità dell'aria sia inversamente proporzionale alla temperatura e direttamente proporzionale alla pressione. A livello del mare, con  $p$  pari a 1013.25 hPa e  $T$  pari a 288.15K, la densità dell'aria secca  $\rho_a$  vale 1.225 kg m<sup>-3</sup>.

Il calore specifico a pressione costante ( $C_p$ ) è dato da (Garratt, 1992):

$$C_p = 1005 + (T - 250)^2 / 3364 \quad [2.6]$$

con  $C_p$  in (J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>) e  $T$  in (K). Da essa si vede quanto poco questa variabile dipenda dalla temperatura, per cui il valore 1005 J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup> è praticamente sempre corretto. Come sarà evidente nel seguito, ha una notevole importanza nella pratica il prodotto  $\rho C_p$  espresso come:

$$\rho C_p = 350.14 \cdot p/T \quad [2.7]$$

Nella realtà, l'aria del *PBL* non è mai secca: la presenza di nubi alla sua sommità ne è un indizio evidente. La maggior parte dell'acqua allo stato gassoso entra nel *PBL* attraverso l'*evaporazione* e la *traspirazione*. Il fenomeno dell'evaporazione ha luogo quando una singola molecola di acqua, presente allo stato liquido sopra una superficie liquida, acquista (per esempio a causa della radiazione solare incidente) sufficiente energia cinetica da rompere il legame esistente tra le varie molecole presenti. Quest'iniezione di energia conferisce alla molecola un moto che, se diretto verso l'alto, le consente di lasciare lo specchio d'acqua e di mescolarsi con gli altri componenti gassosi dell'aria. Per quanto riguarda, invece, la traspirazione, il meccanismo è differente e riguarda l'acqua presente negli organismi viventi vegetali. Durante le ore diurne, gli stomi delle foglie si aprono in risposta alla presenza di energia solare incidente; se la tensione di vapore dell'acqua nelle foglie supera la tensione di vapore dell'acqua presente nell'aria, le molecole di acqua si muoveranno dalla zona ad alta tensione di vapore (le foglie appunto) a quella a minore tensione di vapore (l'atmosfera). Questi due processi spesso vengono indicati collettivamente col termine *evapotraspirazione*.

Per quantizzare il vapor d'acqua in aria, si ipotizzi di eseguire un esperimento (in realtà è ciò che avviene in uno strumento chiamato psicrometro). Si ponga una piccola quantità di acqua liquida a diretto contatto con l'aria: la quantità di aria è tanto grande che la sua temperatura, la sua umidità (cioè la concentrazione di vapor d'acqua) e la sua pressione rimarranno praticamente inalterate durante le trasformazioni che avverranno nel sistema. Si assuma inoltre che tali trasformazioni abbiano luogo in modo adiabatico. Se l'aria e l'acqua sono inizialmente alla stessa temperatura, l'evaporazione dell'acqua abbasserà la temperatura dell'acqua stessa, creando così un gradiente termico e di conseguenza un flusso di calore dall'aria all'acqua. La temperatura dell'acqua quindi si abbasserà finché il calore trasmesso dall'aria non eguaglierà il flusso di calore di cui essa ha bisogno per la transizione di fase. All'equilibrio, l'acqua avrà una temperatura  $T_w$  (temperatura di bulbo umido) mentre l'aria avrà ancora la sua temperatura originaria  $T_d$  (temperatura di bulbo secco).

La tensione di vapore ( $e$ ), è la pressione parziale (hPa) posseduta dal vapor d'acqua. Ad una data temperatura la tensione di vapore non può normalmente superare un valore di soglia, la tensione di saturazione ( $e_s$ ), che dipende dalla temperatura dell'aria. Sono state proposte molte relazioni empiriche che legano  $e_s$  alla temperatura dell'aria  $T_d$  (a bulbo secco); una delle più usate è la seguente (Iribarne e Godson, 1981):

$$e_s = \begin{cases} \exp[-6763.6/T_d - 4.9283 \cdot \ln(T_d) + 54.23] & T_d > 273.15K \\ \exp[-6141/T_d] + 24.3 \} & T_d \leq 273.15K \end{cases} \quad [2.8]$$

Normalmente il vapor d'acqua è presente in aria ad una concentrazione inferiore al valore massimo consentito; in tal caso la tensione di vapore attuale  $e$  dipende dalla pressione  $p$  (hPa) e da  $T_d$  e  $T_w$  (K) secondo la relazione:

$$e = e_{sw} - 0.00066 \cdot [1 + 0.00115T_w] \cdot p \cdot (T_d - T_w) \quad [2.9]$$

dove  $e_{sw}$  è calcolata con la (2.8) sostituendo  $T_d$  con la temperatura a bulbo umido  $T_w$ .

La tensione di vapore saturo  $e_s$  e la pressione di vapore effettiva  $e$  caratterizzano quindi il contenuto di vapor d'acqua in aria. In pratica, può essere utile impiegare anche altre grandezze che quantificano il vapor d'acqua in una massa d'aria:

- l'umidità relativa ( $RH$ ), cioè il rapporto tra la massa di vapor d'acqua presente e quella alla saturazione, che può essere calcolata nel modo seguente (espressa in %):

$$RH = 100 \cdot e/e_s \quad [2.10]$$

- l'umidità assoluta ( $a$ ) è la massa di vapor d'acqua (espressa in grammi) presente in 1 m<sup>3</sup> di aria umida. Espressa in (g<sub>acqua</sub> · m<sup>-3</sup><sub>aria</sub>) si ottiene dalla relazione seguente:

$$a = 216.7 e/T_d \quad [2.11]$$

- l'umidità specifica ( $q$ ) è l'ammontare di vapor d'acqua (in grammi) per ogni grammo di aria umida (g<sub>acqua</sub>/g<sub>aria</sub>). La relazione che ne permette il calcolo è:

$$q = 0.622 \cdot e/(p - 0.378 \cdot e) \quad [2.12]$$

- il rapporto di mescolanza ( $r$ ) è definito come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua in un dato volume di aria e la massa di aria secca presente nello stesso e si calcola (riferendosi sempre alle solite unità di misura) con la relazione seguente:

$$r = 0.622 \cdot e/(p - e) \quad [2.13]$$

- la temperatura di rugiada ( $T_{dw}$ ), cioè la temperatura a cui l'aria deve essere raffreddata a pressione costante perché diventi satura, data da (in cui la tensione di vapore è in hPa):

$$T_{dw} = 273.15 + \frac{237.3 \cdot \log_{10}[e/6.1078]}{7.5 - \log_{10}[e/6.1078]} \quad [2.14]$$

Nelle condizioni reali del PBL, la tensione di vapore d'acqua in aria umida è molto inferiore ai valori critici e quindi anche l'aria umida può essere considerata molto simile ad un gas perfetto. In queste condizioni si può derivare un'equazione di stato molto simile a quella dei gas perfetti che lega tra loro la pressione, la temperatura e la densità dell'aria umida:

$$p = R_d \rho T \cdot (1 + 0.608q) \quad [2.15]$$

in cui si nota la presenza di un fattore addizionale derivante dal vapor d'acqua presente in aria.

Per semplicità è consuetudine introdurre la temperatura virtuale ( $T_v$ ) definita come:

$$T_v = T(1 + 0.608q) \quad [2.16]$$

con cui l'equazione di stato dell'aria umida diventa formalmente identica all'equazione di stato dell'aria secca:

$$p = R_d \rho T_v \quad [2.17]$$

Per l'aria umida, la *densità* è ancora data dalla (2.5), a patto di sostituire alla temperatura normale la temperatura virtuale.

Nel caso del *calore specifico a pressione costante*, detto  $C_p^{dry}$  il valore che si avrebbe in assenza di umidità, la relazione seguente determina la variazione di tale parametro con la concentrazione di vapor d'acqua:

$$C_p = C_p^{dry}(1 + 0.8r) \quad [2.18]$$

In pratica, l'influenza dell'umidità sul prodotto  $\rho C_p$  è praticamente trascurabile.

Inoltre, una caratteristica di primaria importanza dell'aria umida è il calore latente di vaporizzazione  $\lambda$ , espresso in ( $J \cdot kg^{-1}$ ) e che dipende da  $T$  secondo la relazione seguente:

$$\lambda = 2.50 \cdot 10^6 - 2250(T - 273.15) \quad [2.19]$$

### 2.1.1.3 L'equazione Idrostatica

In un *PBL* in quiete, la *forza di gravità bilancia esattamente la forza dovuta al gradiente verticale di pressione*. Da questa constatazione, esprimendo in termini matematici tale bilancio di forze, si giunge facilmente (Sozzi, 2002 e al.) alla relazione seguente:

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho \quad [2.21]$$

cioè all'equazione idrostatica dell'atmosfera, secondo cui *la pressione decresce con la quota*. Nonostante sia stata ottenuta per un *PBL* in quiete, questa relazione conserva la propria validità anche nelle situazioni reali. Un'importante applicazione dell'equazione idrostatica è la seguente. Se si considera la equazione di stato dell'aria, dalla (2.21) si ha che:

$$dp/p = -g/(R_d \cdot T_v) \cdot dz \quad [2.22]$$

relazione molto usata per interpretare le misure raccolte durante un radiosondaggio. Noti, infatti, il profilo verticale di temperatura virtuale e di pressione, considerando uno strato d'aria tra il livello a pressione  $p_i$  ed il livello  $p_{i+1}$  e se è nota la quota *i-esima* ( $z_i$ ), ipotizzando che in questo strato la temperatura virtuale sia pari alla media delle temperature virtuali misurate ai due livelli, l'integrazione della (2.22) porta alla conoscenza della quota  $z_{i+1}$ :

$$z_{i+1} = z_i + (R_d / g) \cdot (T_{v_i} + T_{v_{i+1}}) / 2 \cdot \ln(p_i / p_{i+1}) \quad [2.23]$$

L'impiego di questa relazione a partire dal suolo, consente di ricostruire molto fedelmente la corrispondenza tra quote e pressioni.

#### 2.1.1.4 La temperatura potenziale

Per una particella di aria secca di massa unitaria il *Primo Principio della Termodinamica* può essere espresso nella forma seguente:

$$dQ = dU + dW \quad [2.24]$$

dove  $dQ$  è l'energia acquisita da tutte le sorgenti di calore esterne, cui la particella *risponde* incrementando (o decrementando) la propria energia interna  $dU$  ed il lavoro subito (o realizzato)  $dW$ . Considerazioni termodinamiche consentono di riformulare il Primo Principio della Termodinamica nella più semplice forma seguente (Sozzi e al., 2002):

$$dQ = C_p dT - 1/\rho \cdot dp \quad [2.25]$$

Ciò si applica ad una particella di aria secca in moto o a riposo nel *PBL*. Se, in particolare, tale particella possiede un moto ascensionale, nella sua ascesa incontrerà pressioni esterne progressivamente inferiori, espandendosi di conseguenza a spese dell'energia cinetica posseduta dalle molecole contenute, con una conseguente diminuzione della propria temperatura. *Quindi una particella di aria in salita entro il PBL si espande e si raffredda ed analogamente una particella in discesa si comprime e si riscalda.* La salita o la discesa della particella potrebbe essere realizzata in modi differenti, anche se il più interessante è un *moto di tipo adiabatico*. In tal caso, dalla (2.25) e dall'equazione idrodinamica (2.21) si ha che:

$$\left[ \frac{dT}{dz} \right]_{ad} = -\Gamma_d = -\frac{g}{C_p} = -0.0098 \text{ K / m} \quad [2.26]$$

dove  $\Gamma_d$  (0.0098 K/m) è denominato *gradiente adiabatico dell'aria secca*. In pratica, una particella in salita adiabatica si raffredda di 0.98 K per ogni 100 m di incremento di quota.

Un importante parametro termodinamico caratterizzante il *PBL* è la temperatura potenziale  $\theta$ , cioè la *temperatura che assume una particella di aria secca, originariamente alla temperatura  $T$ , dopo essere stata spostata adiabaticamente da una quota cui corrisponde una pressione  $p$ , ad una quota di riferimento (approssimativamente il livello del mare) cui corrisponde una pressione di 1000 hPa*. Per ottenere una relazione di pratico interesse tra  $\theta$  a  $T$ , si procede ipotizzando che il processo subito dalla particella sia di tipo *adiabatico*. In questo caso, impiegando ancora una volta la relazione (3.25) e la legge dei gas perfetti (Sozzi e al., 2002), il legame tra la temperatura potenziale  $\theta$  e la temperatura normale  $T$  risulta essere:

$$\theta = T [1000/p]^{R/C_p} \quad [2.27]$$

dove  $R/C_p$  è pari a 0.286 e  $p$  è espresso in hPa. Al di là del suo significato termodinamico, la (2.27) può essere vista semplicemente come una *nuova definizione di temperatura* che, per la sua utilità, è ampiamente impiegata nella modellizzazione del *PBL*. Naturalmente, se nella (2.27) si sostituisce la temperatura  $T$  con  $T_v$ , quello che si ottiene è la *temperatura potenziale virtuale  $\theta_v$* . Differenziando la (2.27), utilizzando l'equazione di stato dei gas e la definizione di  $\Gamma_d$  (2.31) ed operando alcune semplificazioni, si giunge alla fine alla relazione seguente:



$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = \frac{dT}{dz} + \Gamma_d \quad [2.28]$$

che mette in relazione il gradiente di temperatura *normale* col gradiente di temperatura *potenziale*. Da questa relazione è immediato verificare che:

- se  $dT/dz < -0.0098$  ( $^{\circ}\text{K/m}$ ),  $d\theta/dz < 0$
- se  $dT/dz = -0.0098$  ( $^{\circ}\text{K/m}$ ),  $d\theta/dz = 0$
- se  $dT/dz > -0.0098$  ( $^{\circ}\text{K/m}$ ),  $d\theta/dz > 0$

L'integrazione della (2.28) porta alla relazione semplificata per la temperatura potenziale:

$$\theta \cong T + 0.0098 \cdot z \quad [2.29]$$

molto usata nella pratica corrente.

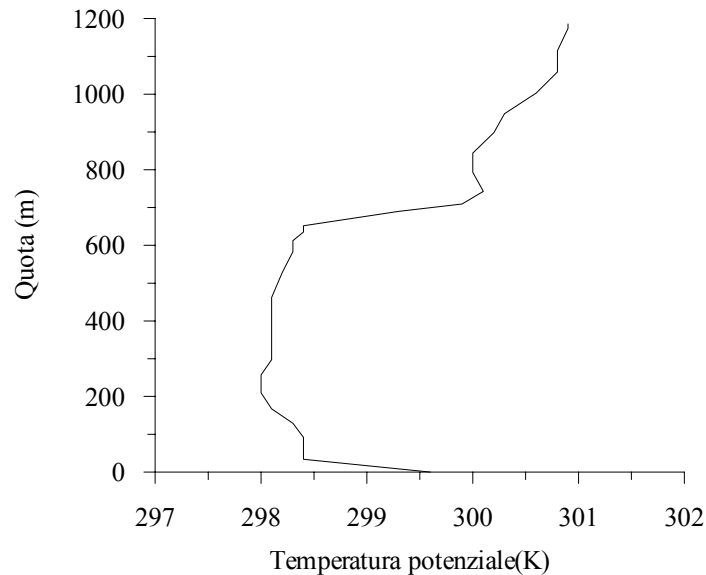


Fig. 2.2: profilo verticale di temperatura potenziale (30/9/2000, 12GMT, Milano Linate).

Per illustrare l'importanza del concetto di temperatura potenziale nello studio del *PBL*, è conveniente riconsiderare il profilo verticale di temperatura di Fig.2.1. Applicando la (2.27) o la (2.29) per trasformare  $T$  in  $\theta$ , si ottiene il profilo di temperatura potenziale riportato in Fig.2.2. La trasformazione è sorprendente! Mentre nel profilo verticale della temperatura *normale* si notava solo una lieve, ma inequivocabile, irregolarità che indicava la presenza di uno strato atmosferico distinto, la trasformazione in temperatura *potenziale* fa emergere una complessa stratificazione termica che suggerisce un'analisi ancora più accurata, questa volta basata sul gradiente di temperatura potenziale. In effetti, mentre in Fig.2.1 il *PBL* (mostrato in un'ora a forte soleggiamento) presentava un gradiente di  $T$  sempre positivo, tranne nella parte superiore dello strato dove era presente una spiccata inversione ( $dT/dz > 0$ ), nella Fig.2.2 sono evidenti almeno 4 zone distinte:

- una zona, nelle immediate vicinanze del suolo, con  $d\theta/dz$  fortemente negativo,
- una zona intermedia con  $d\theta/dz$  circa nullo,
- un'altra zona con  $d\theta/dz$  fortemente positiva,

- la zona superiore con  $d\theta/dz$  positiva, ma inferiore alla precedente, che continua con gradiente circa uguale fino alla sommità della troposfera.

#### 2.1.1.5 La stabilità statica

Come si potrebbe comportare una particella di aria ad una quota  $z$  se subisse un piccolo spostamento verticale senza con ciò disturbare l'ambiente circostante? La legge fisica utilizzata per studiare questo problema è la legge di Archimede (Dutton, 1995). Tralasciando i dettagli analitici, da essa si ottiene la seguente equazione per  $\zeta$ , la variazione della posizione verticale della particella rispetto alla sua posizione originale:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + \left( \frac{g}{\theta} \cdot \frac{d\theta}{dz} \right)_0 \zeta = 0 \quad [2.30]$$

Come si può notare, la variazione temporale di  $\zeta$  dipende dal valore di  $\theta$  e dal relativo gradiente nella posizione iniziale della particella, o meglio dalla variabile  $N^2$  definita come:

$$N^2 = \left[ \frac{g}{\theta_0} \left( \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right) \right] \quad [2.31]$$

La soluzione generale di questa equazione differenziale è la seguente:

$$\zeta = Ae^{jNt} + Be^{-jNt} \quad [2.32]$$

dove  $j = \sqrt{-1}$ ,  $A$  e  $B$  sono costanti dipendenti dalle condizioni iniziali.  $N$  può assumere valori reali o immaginari, a seconda del segno di  $d\theta/dz$ . Quando il gradiente verticale della temperatura potenziale è positivo,  $N$  è reale e viene indicato con il nome di frequenza di Brunt-Vaisala. Con la condizione iniziale  $\zeta = 0$  e  $d\zeta/dz = w_0$ , si ha che:

$$\zeta = w_0 / (2jN) \cdot [e^{jNt} - e^{-jNt}] \quad [2.33a]$$

Si possono avere i tre casi seguenti:

- se  $(d\theta/dz) > 0$  (inversione della temperatura potenziale) la relazione precedente diventa:

$$\zeta = z - z_0 = w_0 / N \sin(Nt) \quad [2.33b]$$

che è l'equazione dell'oscillatore armonico. Pertanto, *se il gradiente di temperatura potenziale è positivo, nell'atmosfera immobile la particella oscilla con frequenza  $N$* . Con una formulazione più rigorosa del problema, si otterrebbe una soluzione sempre oscillante, ma con smorzamento. Tutto ciò porta ad affermare che *una particella in un'atmosfera a gradiente di temperatura potenziale positivo, se allontanata dalla propria posizione iniziale, tende a ritornarci con un moto oscillante smorzato*. In pratica la particella è in equilibrio statico stabile.

- se invece  $(d\theta/dz) < 0$ , non è definibile la frequenza di Brunt-Vaisala e  $N$  è un numero immaginario. In questo caso la (2.33a) si riduce a:

$$\zeta = z - z_0 = \frac{w_0}{2} \left[ \exp \left( \left| \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|^{1/2} t \right) - \exp \left( - \left| \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|^{1/2} t \right) \right] \left( \left| \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right| \right)^{-1/2} \quad [2.33c]$$

che indica come una *particella*, spostata dalla sua posizione di equilibrio, proceda in un moto di allontanamento inarrestabile. La *particella* si trova quindi in una situazione di equilibrio statico instabile.

- E' facile vedere che quando il gradiente della temperatura potenziale è nullo, la *particella* si trova in un equilibrio statico indifferente (neutro o adiabatico), cioè spostata dalla sua posizione di equilibrio procederà con moto uniforme.

Si è quindi arrivati alla determinazione dei criteri di stabilità statica:

$$\begin{aligned} \Rightarrow d\theta_0/dz > 0 & \quad \text{il PBL risulta staticamente Stabile,} \\ \Rightarrow d\theta_0/dz = 0 & \quad \text{il PBL risulta staticamente Neutro,} \\ \Rightarrow d\theta_0/dz < 0 & \quad \text{il PBL risulta staticamente Instabile} \end{aligned}$$

Questi concetti di stabilità, tipici della meteorologia generale, pur costituendo un utile punto di riferimento da soli non sono sufficienti a descrivere quanto avviene nel *PBL*, a causa della presenza della turbolenza atmosferica che nel *PBL* rappresenta l'elemento più importante e caratterizzante. E' interessante sottolineare, però, che il gradiente verticale di temperatura potenziale influenza in maniera determinante il tipo di moto di una *particella* entro il *PBL*.

## 2.1.2 Particolarità del PBL

### 2.1.2.1 Caratteristiche di un fluido viscoso

Teoricamente, i fluidi possono essere raggruppati in due categorie: *fluidi viscosi* e *fluidi non viscosi*. Il moto di un **fluido non viscoso** è estremamente regolare e ordinato e può essere visto come un insieme di strati adiacenti di dimensione infinitesima che *scorrono liberamente* gli uni su gli altri senza attrito e ciò avviene anche tra il fluido e una frontiera solida. In questo tipo di moto non ci può quindi essere rimescolamento e tantomeno trasferimento di quantità di moto, di calore o di massa tra gli strati mobili del fluido. L'unica possibilità di scambio la si ha solo lungo la direzione del moto (*streamline*) e solo per avvezione. L'osservazione sperimentale del *PBL* evidenzia immediatamente quanto poco ci sia in comune tra questo tipo di moto e quello dell'atmosfera nei pressi del suolo.

Al contrario, nello studio del *PBL* è indispensabile considerare l'aria come un **fluido viscoso**, un fluido cioè il cui moto è condizionato da una resistenza interna alla deformazione, proprietà di tipo molecolare che prende il nome di *viscosità*. Un'importante manifestazione degli effetti della viscosità è il fatto che *le particelle di fluido aderiscano alla superficie solida* con cui si trovano in contatto e di conseguenza non si ha alcun moto relativo tra il fluido e quest'ultima. Questa è la ben nota "*no-slip condition*", facilmente riscontrabile nel moto delle masse d'aria sopra la superficie terrestre. La viscosità del fluido è quindi la causa dello *sforzo di taglio* tra strati adiacenti di fluido, definito come quella *forza per unità di superficie* che determina una variazione di velocità tra strati adiacenti (*shear*).

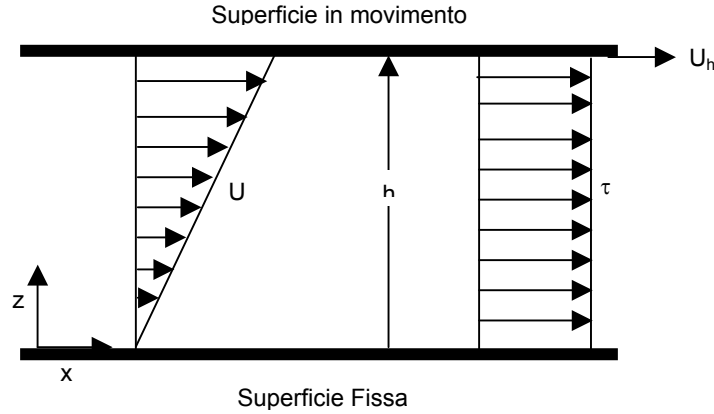


Fig. 2.3: moto unidirezionale di un fluido viscoso (Flusso di Couette).

Per rendersi conto di ciò, si consideri il *Flusso di Couette* (Fig.2.3), cioè il moto di un fluido viscoso tra due superfici piane distanti  $h$ , parallele ed infinite, una fissa e l'altra in *lento* movimento alla velocità  $U_h$ . In questo caso il fluido si muove in modo ordinato e regolare (*laminare*), ma dovendo aderire ad entrambe le superfici, le particelle di fluido a contatto con la superficie in movimento possiedono una velocità  $U_h$ , mentre quelle a contatto con la superficie fissa hanno velocità nulla. Nel fluido si viene a creare una variazione lineare di velocità proporzionale alla distanza dalla superficie fissa, con gradiente  $dU/dz = U_h/h$  costante in tutto il fluido. Osservando questo tipo di moto, Newton scoprì la proporzionalità tra lo sforzo (*stress*)  $\tau$  ed il gradiente della velocità del fluido:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad [2.34]$$

dove  $\mu$  è chiamato **viscosità dinamica** del fluido (per l'aria,  $2.789 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-2}$ ). In pratica è più frequente l'uso della **viscosità cinematica**  $\nu = \mu/\rho$  (per l'aria,  $2.460 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ ). Tutti i fluidi con tale proprietà vengono detti **fluidi Newtoniani**. La reazione del fluido allo *stress viscoso* è dunque una *deformazione*. La (2.34) a rigore è valida solo per un moto unidirezionale come quello in Fig.2.3. Il moto di un fluido reale è in generale molto più complesso e la variazione spaziale della velocità del fluido dà luogo a *shear stress in differenti direzioni*. Tralasciando i dettagli (Sozzi e al., 2002), in questo caso lo *sforzo di taglio*  $\tau$  è un'entità *tensoriale*, definito dalla matrice seguente:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad [2.35]$$

in cui elemento rappresenta un *vettore*. Se, per esempio, si considera la superficie rappresentata in Fig.2.4 (con la normale lungo l'asse  $z$ ), si nota come  $\tau_{zx}$  e  $\tau_{zy}$  siano sforzi che tendono a *stirare in orizzontale* tale superficie, mentre  $\tau_{zz}$  è una forza perpendicolare alla superficie stessa. Analoghe considerazioni possono essere fatte per le altre componenti della matrice (2.35).

Sinteticamente il *tensore degli sforzi* può essere indicato come  $\tau_{ik}$ ,  $i, k=1, 2, 3$  ( $1 = x$ ,  $2 = y$ ,  $3 = z$ ) dove il primo pedice indica la direzione normale alla superficie (la sua orientazione, quindi) ed il secondo la direzione lungo cui agisce lo sforzo stesso.

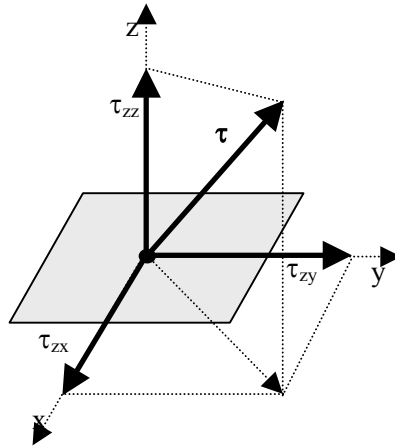


Fig. 2.4: decomposizione dello sforzo su una superficie nelle relative componenti cartesiane.

Un'importante proprietà dello sforzo è che la somma dei 3 elementi diagonali della matrice che lo rappresenta è una quantità scalare invariante ad ogni rotazione degli assi. Ovviamente ci si aspetta che tale somma abbia un significato fisico; in effetti si può vedere come tale somma sia legata alla pressione presente nel fluido in quel punto dalla relazione seguente:

$$p = -(\tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33})/3 \quad [2.36]$$

Senza entrare nei dettagli, lo sforzo in un fluido viscoso fa sì che il *moto di una particella di fluido* possa sempre essere visto come la *sovrapposizione* di una traslazione rigida (che non ne cambia né la forma né il volume), di una rotazione attorno ad un asse definito (che non cambia né forma né volume), di una deformazione (che ne cambia la forma) e di una espansione (che ne cambia il volume). Il tensore degli sforzi viscosi rappresenta quindi la causa della deformazione subita dalla particella e, com'è evidente, dipende direttamente dalla viscosità propria del fluido.

Un altro effetto importante dovuto alla viscosità è la dissipazione di energia cinetica che, durante il moto del fluido, viene costantemente convertita in calore. Perciò, per mantenere il moto, è necessario fornire continuamente energia al fluido oppure ci deve essere una conversione di energia potenziale, presente sotto forma di gradienti di pressione e densità. Prima di proseguire è interessante notare come un valore tipico per il *PBL* di *shear* del vento sia dell'ordine di  $0.5 \text{ s}^{-2}$ . Se, per semplificare la valutazione, si prende a riferimento la (2.34), risulta che  $\tau/\rho$  (*sforzo in forma cinematica*) è circa  $7.3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ , valore trascurabile rispetto agli altri tipi di sforzo presenti nel *PBL*. Pertanto la situazione reale del *PBL* sarà decisamente più complessa di quella tipica di un fluido viscoso Newtoniano.

### 2.1.2.2 Il moto turbolento

Il moto di un fluido viscoso può essere classificato in *moto laminare* e *moto turbolento*. Un moto laminare è un *moto ordinato* di strati adiacenti di fluido che scorrono gli uni sugli altri con piccolo rimescolamento e con trasferimento reciproco di proprietà fisiche e chimiche esclusivamente a scala molecolare. I vari campi associati al fluido (velocità, temperatura e concentrazione) sono altamente regolari e solo gradualmente variabili nello spazio e nel tempo, niente di più lontano da ciò che accade nel *PBL*. Un aspetto interessante di un fluido viscoso in moto laminare è il suo comportamento in prossimità di un confine rigido, come si può vedere nel caso illustrato in Fig.2.5.

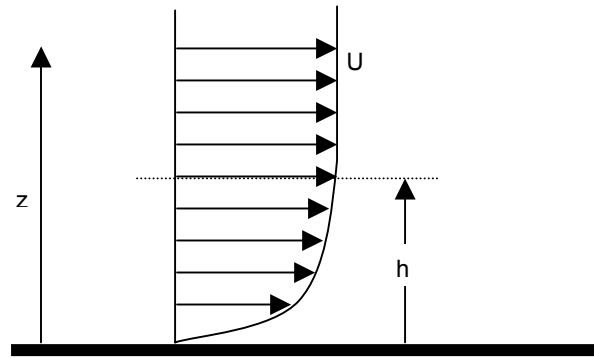


Fig. 2.5: moto di un fluido viscoso su una superficie e sviluppo di uno strato limite.

L'analisi del profilo di velocità del fluido evidenzia come la *no-slip condition* faccia sì che il profilo di velocità sia nullo alla superficie ed aumenti fino a raggiungere un *valore di equilibrio* lontano dalla superficie stessa. Si può quindi individuare uno strato di spessore  $h$  in cui è presente un *disturbo* al moto del fluido, determinato dalla presenza della superficie rigida e dalla sua interazione col fluido viscoso, disturbo costituito dal gradiente verticale di velocità che diminuisce progressivamente con l'allontanarsi dalla superficie. Nell'esempio considerato, sia entro lo strato di spessore  $h$  che al di sopra, il moto del fluido continua ad essere di tipo laminare, cioè ordinato. Questa evidenza sperimentale in tutti i fluidi reali (in movimento a velocità estremamente basse) fu scoperta da Prandtl nel 1905 e lo spessore  $h$  viene ancora oggi definito *Strato Limite* (*Boundary Layer*).

Questa situazione ideale è quasi sempre lontana dalla realtà dei fluidi di interesse geofisico e può essere riprodotta in laboratorio solo con fluidi ad elevata viscosità, in un moto estremamente lento su superfici molto lisce. Sperimentale si nota che, quando le superfici sono rugose (come lo sono le superfici naturali su cui scorrono le masse d'aria), la velocità di traslazione del fluido è considerevole e la viscosità è bassa, il moto cambia drasticamente d'aspetto e si presenta altamente disordinato ed irregolare sia nello spazio che nel tempo. Per comprendere ciò, è conveniente rifarsi agli studi di Reynolds, prendendo a riferimento la situazione sperimentale descritta in Fig.2.5. Si supponga di realizzare in laboratorio una situazione come quella descritta in figura (un fluido che scorre parallelamente ad una superficie piana rigida, in cui sia evidente la presenza di un *Boundary Layer* di spessore  $h$  e che, lontano dalla frontiera rigida, sia caratterizzato da una velocità  $U$ ). Si supponga, poi, di poter variare a piacimento  $U$ . Prima di condurre l'esperimento è conveniente definire uno o più parametri che lo possano descrivere, anche se sinteticamente. Sicuramente un parametro è  $U$ , tuttavia per poter descrivere anche la natura fisica della frontiera rigida risulta spontaneo considerare anche  $h$  come un parametro di interesse. Ovviamente si avranno diversi comportamenti del fluido (in particolare tanti profili di velocità diversi) a seconda del tipo di fluido considerato e quindi è necessario tenerne in considerazione la viscosità cinematica  $\nu$ . Effettivamente questi sono anche i parametri che Reynolds prese in considerazione nei suoi storici esperimenti. In particolare, invece di considerarli separatamente, Reynolds costruì con essi un *indicatore sintetico adimensionale* noto come numero di Reynolds e definito come:

$$Re = Uh/\nu \quad [2.37]$$

Si inizi l'esperimento e si aumenti gradualmente  $U$  a partire da  $U = 0$ . Una volta realizzato un piccolo incremento di  $U$ , se ne registri il valore, si individui  $h$  e si calcoli il relativo valore di  $Re$ . L'esperimento evidenzierà la situazione seguente:

- a bassi valori di  $Re$  (inferiori a circa  $10^3$ ) il moto si mantiene regolare (cioè laminare);
- sopra tale valore critico, variabile a seconda di molti fattori, come la rugosità della frontiera, la geometria della stessa, ecc., ma comunque dell'ordine di  $10^3$ , si iniziano a notare i primi sintomi di cambiamento nel moto del fluido. Infatti, (Tennekes e Lumley, 1972) il moto laminare del fluido progressivamente presenta instabilità *bidimensionali*, che si possono manifestare con ondeggiamenti verticali che evolvono con l'aumentare di  $Re$  fino a diventare *tridimensionali*. A questo punto, il moto del fluido, ancora sostanzialmente ordinato, comincia ad evidenziare *disturbi intensi e localizzati* di tipo tridimensionale che si presentano casualmente nello spazio e nel tempo;
- con l'aumentare di  $Re$ , i disturbi tridimensionali, apparentemente *casuali*, aumentano di numero, di frequenza e di intensità, si mischiano tra loro, si rompono, fino a coinvolgere tutto il fluido presente nel *Boundary Layer*. A questo punto il moto del fluido è lontano dal suo stato originale: si individua ancora un moto di traslazione cui però si vanno a sovrapporre perturbazioni, all'apparenza senza senso e casuali, più o meno intense a seconda del valore di  $Re$  e della distanza dalla frontiera rigida. Nel *Boundary Layer* si viene ad instaurare quindi un moto sostanzialmente disordinato e caotico (*casuale*) cui diamo il nome di *moto turbolento*.

Ciò ha riscontri oggettivi nel moto di tutti i fluidi di interesse geofisico (oceani e atmosfera). E' difficile dare una definizione precisa della turbolenza (Tennekes e Lumley, 1972; Monin e Yaglom, 1971a) anche se è possibile indicarne alcune proprietà generali:

- l'irregolarità: la caratteristica più evidente della turbolenza in un fluido è l'irregolarità del campo delle principali variabili che ne descrivono il moto, irregolarità con caratteristiche proprie di un *fenomeno stocastico*;
- la diffusività: tale irregolarità comporta un *rimescolamento* di vaste porzioni di fluido a caratteristiche differenti e quindi un incremento del tasso di trasferimento di massa, quantità di moto e calore;
- l'alto numero di Reynolds: la turbolenza si instaura solo ad  $Re$  elevati. Come spiegato in Monin e Yaglom (1971a), il numeratore della (2.37) rappresenta le *forzanti inerziali*, che dipendono dal gradiente di velocità ed agiscono nel senso di destabilizzare il moto del fluido, mentre il denominatore risulta proporzionale alle forze viscosi che ne regolarizzano il moto. Alti valori di  $Re$  comportano che l'azione destabilizzante delle forzanti inerziali prevale sull'effetto regolarizzante dei termini viscosi;
- la sua tridimensionalità: anche se nel moto dei principali fluidi geofisici sono spesso evidenti *perturbazioni bidimensionali*, esse non sono mai turbolente (un esempio sono i cicloni); l'impronta della turbolenza è data, invece, dalla presenza di strutture irregolari *tridimensionali*;
- è un fenomeno dissipativo: i flussi turbolenti sono sempre dissipativi. Gli sforzi viscosi compiono lavoro di deformazione che aumenta l'energia interna a spese dell'energia cinetica posseduta dal fluido stesso; per mantenersi, la turbolenza richiede quindi una continua fornitura di energia per compensare le perdite dovute all'azione degli sforzi viscosi. In caso contrario, essa decade rapidamente;
- è un fenomeno continuo: la turbolenza è un fenomeno di tipo macroscopico, governato

quindi dalle leggi della Fluidodinamica. Questa affermazione parrebbe in contraddizione con la prima delle caratteristiche elencate, tuttavia così non è. Come sarà più chiaro nel seguito, effettivamente è possibile presentare un apparato teorico che descriva il moto turbolento di un fluido impiegando le leggi della Meccanica dei Fluidi, tuttavia la presenza di non linearità in tali leggi da un lato spiega la *caoticità* del moto turbolento e dall'altro evidenzia come un tale costrutto teorico non sia in grado di produrre un *modello* praticamente utilizzabile. Pertanto, il trattare la turbolenza come un fenomeno più o meno stocastico, più che essere dettata da una necessità teorica, è dettata dalla *disperazione* nel trattare nella pratica moti di questo genere.

Per quanto riguarda il *PBL*, dalla Fig.2.2, si può individuare in  $10^3$  m l'estensione tipica del *Boundary Layer*. Con valori tipici di velocità del vento di  $5\div 10$  m·s<sup>-1</sup>, *Re* risulta dell'ordine di  $10^8\div 10^9$ , valore estremamente elevato che dovrebbe comportare un moto di tipo turbolento, cosa effettivamente confermata dalle osservazioni sperimentali, come si può vedere in Fig.2.6 in cui è presentata l'evoluzione temporale delle tre componenti del vento rilevati a 10 m dal suolo con uno strumento a bassa inerzia.

Analizzando la Fig.2.6, ciò che incuriosisce è l'*estrema irregolarità delle misure*, non dovuta a disturbi della strumentazione impiegata, ma propria dell'aria del *PBL*. Le irregolarità si riscontrano in tutte le componenti del vento e ciò è un'impronta inequivocabile della tridimensionalità di un fenomeno turbolento. In quanto turbolento, il *PBL* non presenta, in condizioni nominalmente stazionarie, un campo di velocità veramente costante nel tempo, ma piuttosto un andamento irregolare, anche se non completamente casuale. La varietà di fluttuazioni di differenti periodi e ampiezze osservate nei tre andamenti di Fig.2.6 illustrano la complicata struttura della turbolenza che è la responsabile della elevata capacità da parte di un fluido turbolento di trasferire quantità di moto e calore, di rimescolare specie chimiche differenti e di propagare reazioni chimiche.

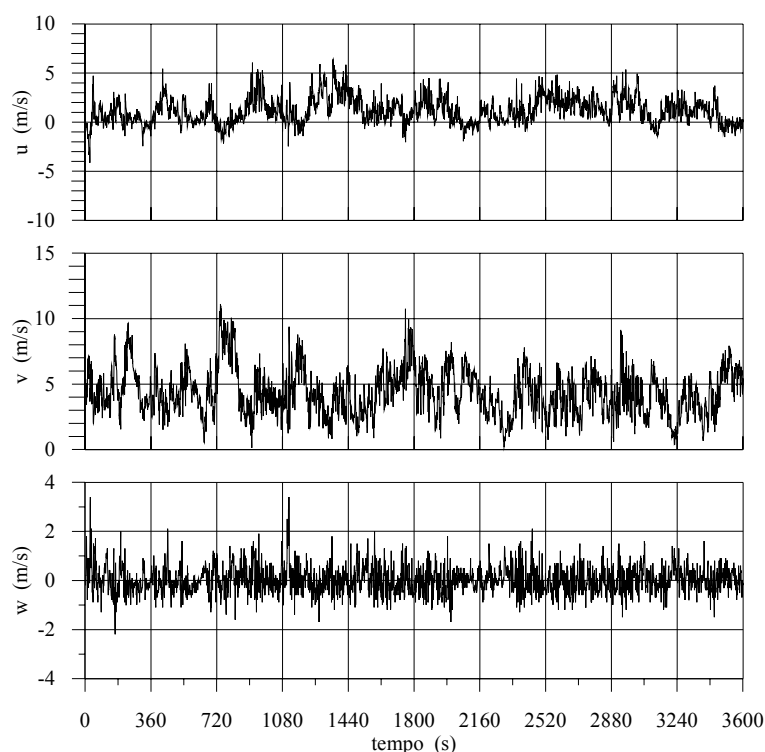


Fig. 2.6: andamento temporale delle componenti del vento(frequenza di campionamento di 1Hz, Città del Messico, 14 Settembre 1993)



### 2.1.2.3 La fenomenologia della turbolenza del PBL

L'aria del *PBL* è un fluido viscoso in moto su una frontiera rigida e rugosa (il suolo) e ciò comporta che la velocità media del fluido decresca con l'avvicinarsi al suolo, fino ad annullarsi in corrispondenza di questa barriera rigida rispettando la *no-slip condition*. Si produce quindi un gradiente nella velocità dell'aria (*shear*), tanto più marcato quanto minore è la distanza dal suolo. Oltre a ciò, il moto dell'aria è altamente turbolento, tranne che per un piccolo strato a contatto con il suolo ed estremamente sottile (dell'ordine di  $v/U$ ) in cui è sostanzialmente laminare. Nella maggior parte del *PBL* quindi la turbolenza è presente con strutture più o meno irregolari e tridimensionali normalmente indicate col termine di **vortici** (*eddy*). L'osservazione del *PBL* ha evidenziato come le situazioni diurne con forte soleggiamento differiscano profondamente da quelle notturne, anche se in entrambe è presente la turbolenza, rappresentando di fatto due regimi completamente differenti. Il primo caso prende normalmente il nome di situazione convettiva, mentre il secondo caso viene normalmente indicato come situazione stabile.

#### 2.1.2.3.1 Il PBL Convettivo

Dal punto di vista geometrico, il *PBL* è in una situazione del tutto simile ad altri fluidi confinati da una frontiera rigida, come l'oceano per esempio. Ciò che rende il *PBL* unico nelle situazioni convettive è che su di esso agisca una *fonte di calore ciclica*. In effetti (*Fig.2.7*), alle medie e basse latitudini, il sole è una presenza diurna costante con un suo ciclo giornaliero e stagionale. Senza entrare nel dettaglio, la radiazione elettromagnetica emessa dal sole attraversa tutta l'atmosfera, perdendo solo una parte della propria energia, e raggiunge il suolo dove subisce una riflessione più o meno rilevante a seconda del tipo di suolo. L'atmosfera è quindi praticamente trasparente alla radiazione solare e non riceve, se non in misura ridotta, energia direttamente, mentre è il suolo che ne riceve la maggior parte e la restituisce all'aria sovrastante, realizzando un efficiente trasferimento energetico. Infatti il calore assorbito dal suolo viene reintrodotta con vari meccanismi all'interfaccia suolo-atmosfera. L'atmosfera si trova quindi nelle condizioni di una *enorme pentola* (generalmente animata da un moto di traslazione orizzontale) piena di aria posta al di sopra di una intensa fonte di calore.

All'interfaccia suolo-atmosfera si stabiliscono due sorgenti di turbolenza completamente differenti. La prima è di *tipo meccanico*, comune a tutti i fluidi viscosi in moto su una superficie rigida e rugosa e che dà luogo a *vortici* di dimensione relativamente limitata. La seconda è di *tipo convettivo* e quindi di *origine termica*, che produce vortici (*thermals*) di dimensione decisamente maggiore sui quali agisce la forza di Archimede dovuta alla differenza di densità dell'aria contenuta nei vortici rispetto alla densità dell'aria circostante. La loro forza motrice è quindi il *galleggiamento* (*buoyancy*) e le loro dimensioni sono ben maggiori di quelle di origine meccanica, raggiungendo anche molte centinaia di metri.

Un possibile meccanismo per la loro formazione ed evoluzione è quello illustrato in *Fig.2.8*. L'aria sopra superfici particolarmente calde si riscalda in maniera prevalente, dando origine ad una *bolla* molto più calda dell'aria circostante, appiattita al suolo (*stadio 1*) e che possiede un'instabilità interna che non si manifesta immediatamente, ma solo dopo che la bolla ha catturato sufficiente calore. A questo punto (*stadio 2*) essa inizia a contrarsi e ad assumere una forma sempre più sferica finché inizia a staccarsi dal suolo ed ad iniziarsi entro il *PBL*, mossa dalla forza di galleggiamento (*stadio 3*). Inizialmente la velocità di ascesa è elevata, tuttavia, durante l'ascesa, la bolla inizia il processo d'*inglobamento* (*entrainment*) dell'aria fredda circostante (a temperatura inferiore) che, da un lato, produce un aumento dimensionale della stessa e dall'altro un abbassamento della sua temperatura media e quindi della spinta di galleggiamento. La diminuzione della spinta di galleggiamento e l'aumento della resistenza

aerodinamica dovuta all'incremento di dimensione fanno sì che la velocità di ascesa del *thermal* diminuisca progressivamente fino ad arrestarsi completamente.

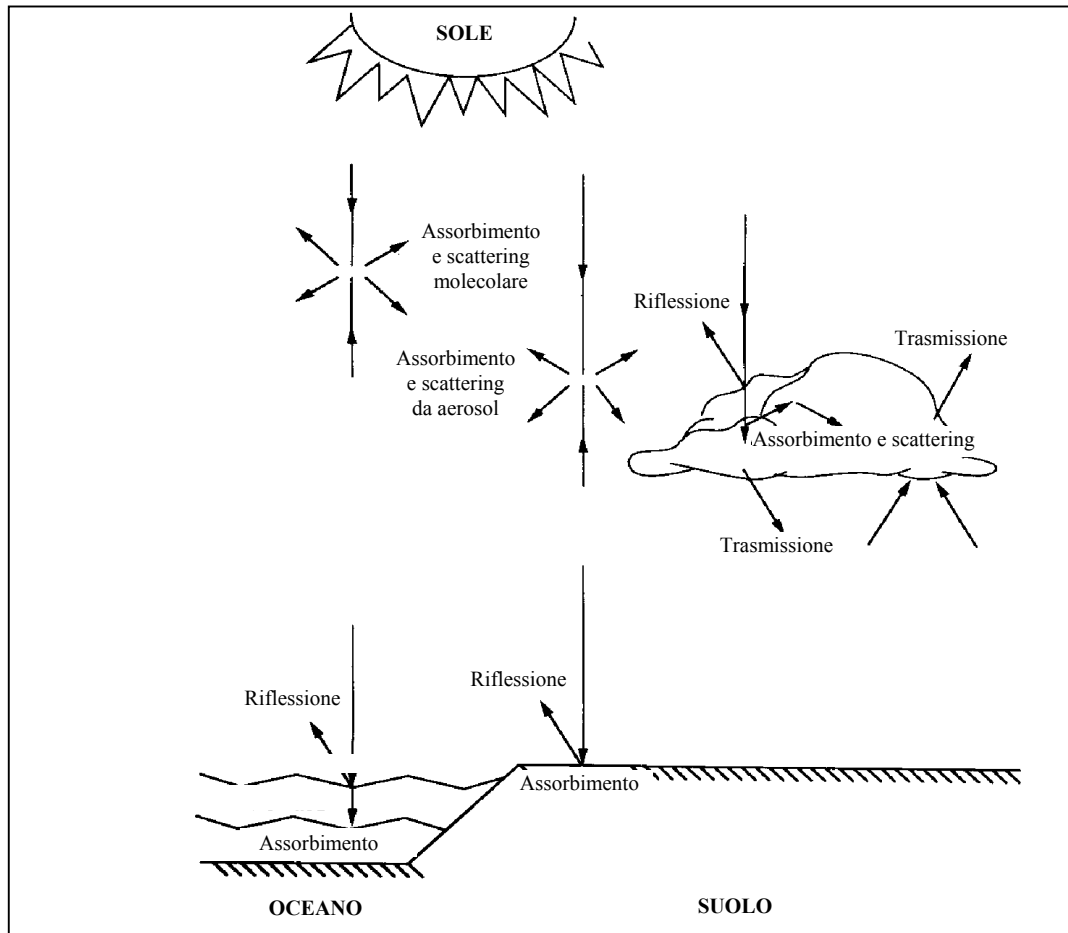


Fig.2.7: la destinazione della radiazione solare (Sozzi e al., 2002).

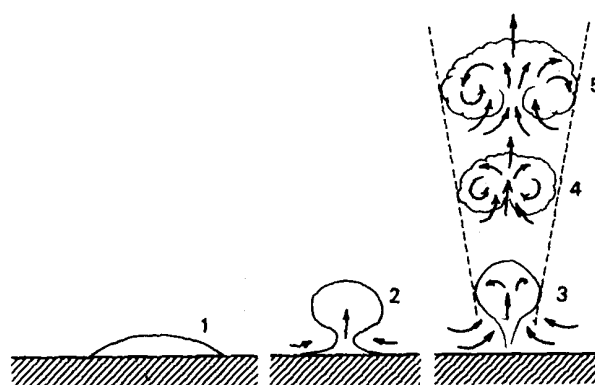


Fig. 2.8: modello semplificato dello sviluppo dei vortici convettivi (Oke, 1987).

La generazione di bolle calde o *thermals* ed il loro innalzamento nel *PBL* fa sì che il profilo verticale della temperatura potenziale media in situazioni convettive abbia una forma ben precisa, come quella riportata in Fig.2.9.

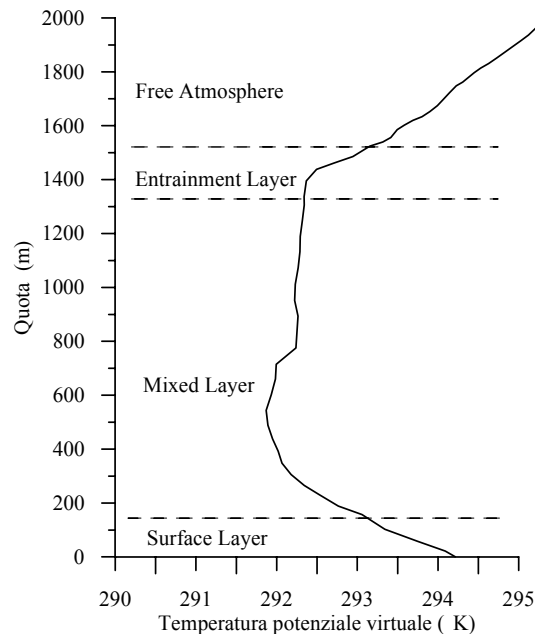


Fig. 2.9: profilo verticale diurno di temperatura potenziale virtuale (Città del Messico 20/5/1992, 12LT)

Come si nota, sono distinguibili alcuni *strati tipici*. Il primo strato, relativamente sottile, si estende dal suolo ad una quota di circa un centinaio di metri e prende il nome di *Strato Superficiale* (*Surface Layer, SL*). In esso la temperatura potenziale diminuisce con la quota, evidenziando uno stato di instabilità statica. È questo lo strato in cui si ha la formazione e la prima evoluzione delle strutture termiche coerenti ed in cui sono concentrati la maggior parte degli effetti di *shear*. Ricordando quanto detto, in presenza di un gradiente negativo di temperatura potenziale, una particella d'aria (in questo caso un *thermal*), liberata nei pressi del suolo con una data velocità iniziale, abbandona la propria posizione iniziale acquisendo un moto ascensionale sempre più veloce. Questo strato rappresenta quindi una specie di *catapulta* per il flusso verso l'alto di particelle di aria e quindi di quantità di moto, di calore, di umidità e di inquinamento.

Al di sopra è presente un ulteriore strato caratterizzato da una temperatura potenziale praticamente costante, corrispondente ad una situazione di adiabaticità statica. Tale strato prende il nome di *Strato Rimescolato* (*Mixed Layer, ML*). È questo lo strato in cui le strutture coerenti hanno il loro massimo sviluppo. Una particella che raggiunge il *ML* dal *SL* non incontra ostacoli al proprio moto ascensionale, salvo la resistenza aerodinamica.

Al di sopra del *ML*, però, i vortici cominciano a perdere energia e contemporaneamente inizia un processo di infiltrazione dell'aria proveniente dagli strati superiori che partecipa alla rapida dissoluzione dei vortici convettivi. Lo strato di *PBL* in cui ciò avviene è indicato come *Strato di Entrainment* ed è caratterizzato da un forte gradiente positivo di temperatura potenziale. Una particella d'aria che lo raggiunge dopo essere partita dal *SL* ed aver attraversato il *ML*, si trova in uno stato di stabilità statica che ne frenerà il moto fino ad arrestarla. A questo punto, la particella verrà inglobata in un vortice discendente, raggiungerà con esso il suolo e verrà nuovamente *catapultata* verso l'alto in un ciclo che avrà fine solo quando verrà meno l'apporto di radiazione solare. A questo punto risulta più chiaro perché il *PBL* sia il luogo in cui è praticamente confinato l'inquinamento atmosferico e quindi risulta evidente come per studiare l'inquinamento atmosferico sia necessario studiare le caratteristiche del *PBL*. Infatti, un profilo

di temperatura potenziale come quello di Fig.2.9 evidenzia come il *PBL* sia una *trappola* per le particelle che, una volta emesse, non riescono più a sfuggirgli. Al suo termine, la troposfera presenta i suoi tratti caratteristici con un incremento pressoché costante della temperatura potenziale (*Free Atmosphere*). Per *PBL* si intende, quindi, l'insieme dello Strato Superficiale, dello Strato Rimescolato e di quello di Entrainment e spesso il profilo verticale della temperatura potenziale rilevato nelle ore a grande insolazione lo individua in maniera estremamente chiara.

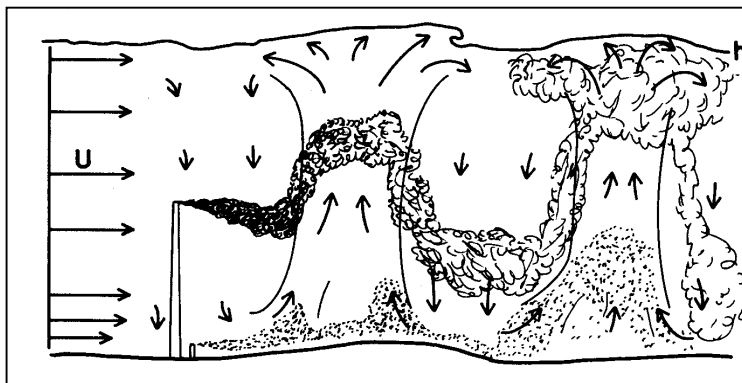


Fig. 2.10: comportamento dei pennacchi di fumo in un *PBL* convettivo (Briggs, 1988)

I pennacchi di inquinanti emessi a varie quote nel *PBL* sono in balia dei moti ascendenti e discendenti che vi si instaurano e, prima di disperdersi, presentano i tipici *ondeggianti* (*looping*) rappresentati in Fig.2.10. In Fig.2.11 si ripropone una celebre rappresentazione grafica realizzata da Wyngaard (1990) per illustrare questi concetti fenomenologici. Da essa risulta che nel *PBL* si può individuare:

- un **flusso ascendente** (*updraft*) che consiste in vortici di grandi dimensioni che hanno origine nei pressi del suolo, salgono nel *SL* ed nel *ML* arrivando fino allo strato di *entrainment* dove si mescolano con una parte di aria dell'atmosfera libera;
- un **flusso discendente** (*downdraft*) che lentamente scende verso il suolo.

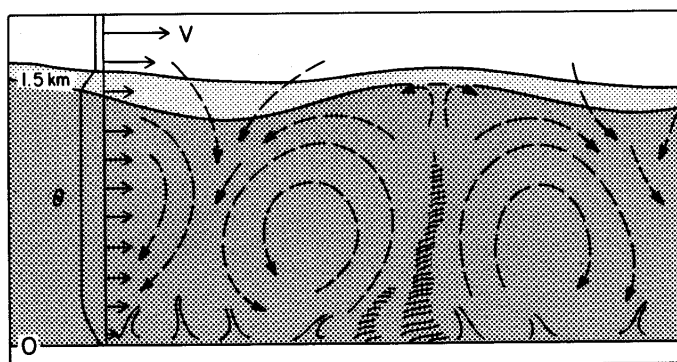


Fig.2.11: rappresentazione pittorica del *PBL* convettivo realizzata da Wyngaard (1990).

Gli inquinanti tendono ad accumularsi nel *ML* mentre sopra il *PBL* la loro concentrazione è molto bassa; sono trasportati dai *thermals*, perciò l'incapacità di questi ultimi a superare la sommità del *ML* porta di conseguenza l'intrappolamento degli inquinanti e ciò spiega perché

l'inquinamento atmosferico è prevalentemente localizzato nel *PBL*. Tuttavia il meccanismo di *entrainment* non solo immette aria della *Free Atmosphere* nel *PBL*, ma immette nella *Free Atmosphere* anche aria del *PBL*. Se in questa aria è presente dell'inquinante, esso si propagherà ben poco disperso (la turbolenza della *Free Atmosphere* è estremamente limitata) per grandi distanze ed anche ad alta velocità se avrà la sventura di raggiungere quote dove è presente una corrente a getto di forte intensità.

L'umidità del *PBL* ha come sorgente principale la superficie terrestre, sia per evaporazione dagli specchi d'acqua (oceani, laghi e fiumi) che per traspirazione della vegetazione. Essa tende a *diminuire con la quota* con un tasso relativamente elevato entro il *SL*, mantenendosi pressoché costante nel *ML*. In corrispondenza dello *Strato di Entrainment* si assiste ad una sua rapida diminuzione fino praticamente ad annullarsi nella *Free Atmosphere* (questo non è vero in generale, soprattutto quando si è in presenza di nubi *sinottiche*). Questo comportamento molto netto spesso viene utilizzato per identificare la sommità del *ML* dai radiosondaggi. La struttura fisica del *PBL* costituisce anche per l'umidità dell'aria una trappola da cui è difficile sottrarsi.

Per quanto riguarda il profilo verticale della velocità del vento, la condizione di *no-slip* determina una velocità nulla in prossimità del suolo (non proprio al suolo, come si vedrà nel seguito, ma in corrispondenza ad una quota piccola, ma variabile a seconda delle dimensioni verticali tipiche degli elementi presenti al suolo che ne determinano la rugosità). Col crescere della quota, la velocità del vento aumenta in maniera circa logaritmica entro il *SL* in cui la presenza di *shear* è una chiara indicazione della turbolenza meccanica sempre presente in un fluido viscoso come l'atmosfera. Entro il *ML* la velocità del vento si mantiene circa costante e lo *shear* è ridotto, chiaro indice del fatto che nello strato rimescolato la produzione di turbolenza meccanica è ridotta. Viceversa nell'*entrainment* la velocità del vento presenta brusche variazioni adeguandosi rapidamente, con l'aumentare della quota, alla situazione a mesoscala dettata dai gradienti di pressione a grande scala (*vento geostrofico*).

Durante il giorno l'estensione verticale del *PBL* non è costante, ma continua ad aumentare con l'immissione nel sistema di energia solare. E' minima nelle prime ore della mattina, quando è prevalente l'influenza della pura turbolenza meccanica, ed aumenta proporzionalmente all'integrale di energia solare fino al tramonto quando decade molto rapidamente in corrispondenza dell'interruzione di apporto energetico solare. A questo punto il *PBL* convettivo inizia a distruggersi: prima si dissolve nel *SL* il profilo a gradiente di temperatura potenziale negativo e progressivamente anche una parte del profilo nel *ML*, cui si sostituisce un profilo di temperatura potenziale a gradiente positivo tipicamente notturno. Il profilo termico nella parte alta del *PBL* viene invece *abbandonato ad un lento decadimento* e spesso risulta ancora visibile il giorno successivo (*Residual Layer, RL*).

#### 2.1.2.3.2 Il *PBL* Stabile

Considerando una tipica situazione notturna, si nota come essa risulti molto meno definita e chiara di quella diurna. L'aria continua ad essere turbolenta, tuttavia tale turbolenza non ha origini convettive, essendo assente l'apporto energetico solare, ma è solo di tipo meccanico ed è indotta dallo *shear* del vento. Essa in parte viene inibita e contrastata da un intenso fenomeno di raffreddamento dell'atmosfera, più intenso negli strati più vicini al suolo.

Dalla *Fig.2.12* si nota come il *PBL* notturno (*Stabile*) sia sede di una turbolenza caratterizzata da vortici di piccola dimensione localizzati nelle immediate vicinanze del suolo. Più ci si allontana dalla superficie, più diminuisce il livello di turbolenza. Il moto è intrinsecamente instabile e favorevole all'instaurarsi di effetti ondosi, come per esempio le tipiche onde di gravità.

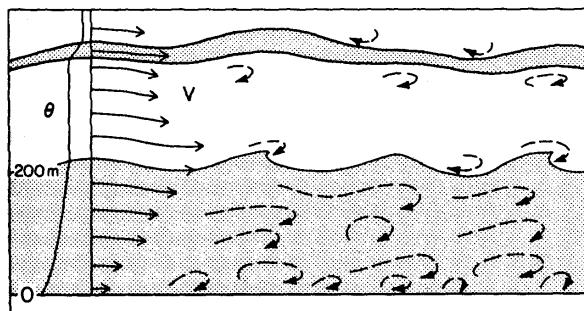


Fig.2.12: rappresentazione pittorica del PBL stabile (Wyngaard, 1990)

Un tipico profilo di temperatura potenziale in una situazione *notturna* è quello di Fig.2.13, in cui il *PBL* può essere individuato, almeno in prima approssimazione, nello strato più vicino al suolo sede di un profilo termico a maggior gradiente termico. Durante la notte si forma vicino al suolo uno *Strato Stabile* (*SBL*) con debole e sporadica turbolenza. Sebbene il vento al suolo diventi frequentemente molto debole, in quota può diventare addirittura *supergeostrofico*, con un *low level nocturnal jet*. In questo strato stabile la turbolenza tende a venire soppressa anche se il jet produce uno *shear* che, a sua volta, genera turbolenza. Il risultato di tutto ciò sono improvvisi *scoppi di turbolenza* che possono rimescolare l'intero *SBL*. Al contrario del *ML* diurno, lo *SBL* non presenta un limite superiore ben definito e si allaccia al *RL* in maniera molto *smooth*. In pratica la sommità dello *SBL* viene definita come quella quota in cui l'intensità della turbolenza è inferiore ad una piccola frazione del valore assunto in superficie o come lo strato di atmosfera con il maggior gradiente termico.

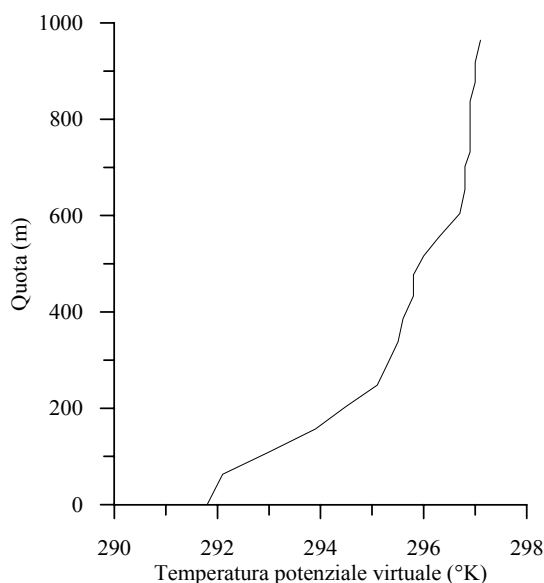


Fig.2.13: profilo notturno di temperatura potenziale (alba del 29/06/1999, Milano Linate).

Gli inquinanti emessi nello *SBL* si disperdono relativamente poco in verticale e maggiormente in orizzontale, dando luogo in situazioni di vento debole a tipiche oscillazioni orizzontali chiamate *meandering*. La ridotta estensione verticale del *SBL* può produrre fenomeni particolari e spesso pericolosi. Se la ciminiera da cui fuoriescono i fumi emette al di sopra del *SBL* (o, che è lo stesso, i fumi per la spinta di galleggiamento superano tale quota), si ha una situazione per cui

il pennacchio di fumo *galleggia* al di sopra del *SBL* senza essere in grado di raggiungere il suolo e quindi producendo al suolo livelli di concentrazione praticamente nulli. Al contrario, se la sorgente emittente è molto vicina al suolo, la ridotta capacità disperdente dello *SBL* determina l'instaurarsi di fenomeni di forte inquinamento atmosferico. A volte due ciminiere vicine con caratteristiche di emissione molto differenti (una con fumi poco galleggianti e l'altra con fumi molto galleggianti), possono avere ripercussioni profondamente differenti sul livello di inquinamento al suolo. Lo sviluppo del *SBL* non è limitato alle sole ore notturne, ma lo si trova anche di giorno ogni qualvolta il suolo è più freddo dell'aria sovrastante, situazione spesso presente durante avvezioni di aria calda sul suolo freddo (fronti caldi) o nei pressi delle coste.

### 2.1.3 Introduzione alla turbolenza del *PBL*

In Fig.2.14 è presentato l'andamento temporale della velocità del vento rilevato in una situazione fortemente convettiva da un anemometro a risposta rapida. Analizzando questa figura è possibile fare le riflessioni seguenti:

- la velocità del vento varia irregolarmente e questa è proprio una manifestazione tipica della turbolenza. E' infatti questa *caoticità* che la rende differente da altri tipi di moto.
- è possibile definirne un *valore tipico* (in questo caso una velocità media di  $4.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ).
- la velocità varia in un intervallo limitato, in altre parole c'è un'intensità della turbolenza definibile e misurabile che nel grafico è data dallo *spread* verticale. Sempre dal grafico, si può notare come tale variabilità cambi col tempo. Queste caratteristiche portano alla consapevolezza che si possa usare il concetto di varianza o di deviazione standard per quantificare l'intensità della turbolenza (in questo caso la deviazione standard è pari a circa  $2.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ).
- è visibile una gran varietà di scale temporali sovrapposte. Si nota infatti come il periodo tra due picchi piccoli di velocità sia dell'ordine del minuto. Picchi più elevati si notano ogni 5 minuti circa. Altre variazioni indicano un periodo di 10 minuti. La più piccola variazione di velocità misurabile è di circa 10 secondi. Se si trasforma ciascuna *scale temporali* nelle equivalenti scale spaziali rappresentative dei vortici turbolenti più significativi (come meglio sarà chiaro, una volta introdotta l'ipotesi di Taylor), si può concludere che sono visibili vortici di dimensione compresa tra 48 e 2880 metri.

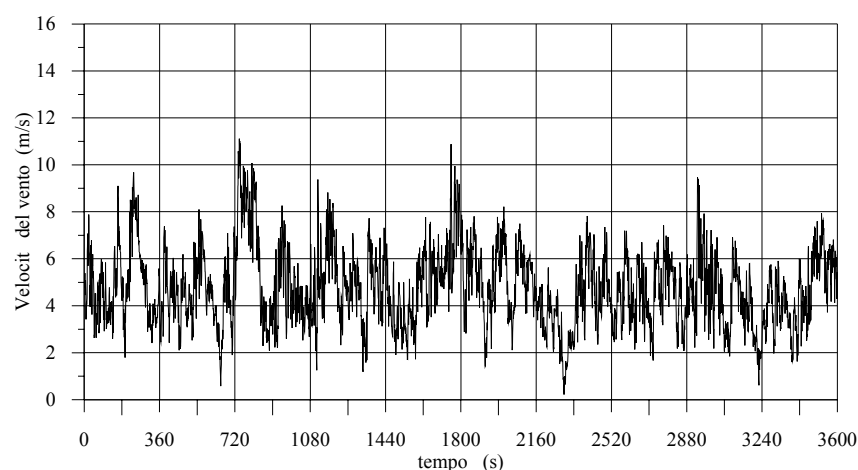


Fig.2.14: andamento della velocità del vento (Città del Messico, 14/9/1993 12LT, anemometro triassiale meccanico).

Tutte le osservazioni sperimentali delle variabili meteorologiche ci spingono ad adottare una visione statistica della turbolenza del *PBL*, cioè a ritenere che i campi delle variabili

meteorologiche (le tre componenti della velocità del vento, la temperatura potenziale, la pressione, ecc.) siano *variabili stocastiche*. Se si adotta una tale visione si ha che:

- in un punto generico del *PBL* ed in un istante temporale qualsiasi, *non è possibile definire esattamente il valore che assumeranno queste variabili*, ma è possibile *solo* individuare la probabilità con cui è possibile osservarne un determinato valore;
- la probabilità di osservazione di una variabile non è a priori indipendente dall'analogia probabilità di osservazione delle altre variabili: esse non sono quindi statisticamente indipendenti, dato che tra loro devono comunque sempre valere le leggi di conservazione della fluidodinamica;
- quanto è visibile in un istante temporale, a priori, può non essere indipendente da quanto si è visto agli istanti precedenti e da quanto si vedrà nei successivi, dato che le relazioni della fluidodinamica cui devono necessariamente ubbidire le variabili sono relazioni differenziali nello spazio e nel tempo.

Ci aspetta l'impresa titanica di dover individuare l'evoluzione spazio-temporale di variabili stocastiche tra loro dipendenti! Per iniziare, si consideri una generica variabile meteorologica che, ad un istante  $t$  e in un punto dello spazio, assume il valore  $U$ . Tale valore si riferisce ad un *PBL* in una condizione ben precisa, determinata dall'evoluzione fino al tempo attuale delle forzanti a livello locale e a mesoscala. Se fosse possibile riottenere le medesime condizioni per il *PBL* e si fosse ancora in grado di osservare questa variabile, si noterebbe come il nuovo valore assunto nel medesimo punto nello stesso istante in generale possa differire da  $U$ . Se la variabile che si sta considerando è una variabile stocastica (e questa è l'ipotesi di lavoro), per essa sarà definibile una *funzione di densità di probabilità*  $p(u)$  con il seguente significato: *la probabilità  $P$  che per la variabile  $U$  si osservi un valore compreso tra  $u$  e  $u+du$  è pari a  $p(u) \cdot du$* . Ovviamente, dato che in un dato istante e in un dato punto la variabile  $U$  dovrà pure avere un valore, quale che sia, sarà necessario che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(u) \cdot du = 1 \quad [2.38a]$$

ed è pure altrettanto ovvio che, ripetendo l'osservazione un numero enorme di volte, emergerà un valore caratteristico che rappresenta il *comportamento medio* di  $U$ , cioè:

$$\overline{U} = \int_{-\infty}^{+\infty} u \cdot p(u) \cdot du \quad [2.38b]$$

L'osservazione del valore  $u$  in un punto dello spazio-tempo è quindi una *realizzazione della variabile stocastica  $U$*  cui è associata una *densità di probabilità*  $p(u)$  ed un valore medio (*media di insieme*)  $\overline{U}$ , completamente definita da  $p(u)$  e data dalla (2.38b).

Questa visione è estremamente parziale, dato che porterebbe a ritenere che ciò che capita in un dato punto dello spazio-tempo sia indipendente da quanto sta capitando negli altri punti. La natura tridimensionale della turbolenza evidenzia, invece, come il valore di  $U$  in un dato punto dello spazio-tempo *sia correlato con ciò che accade negli altri punti dello spazio-tempo*. Quindi, se  $U_1$  è il valore osservato in  $M_1 = (x_1, y_1, z_1; t_1)$  e  $U_2$  è il valore in  $M_2 = (x_2, y_2, z_2; t_2)$ , le osservazioni sperimentali ed il fatto che si debbano rispettare le relazioni di conservazione della fluidodinamica ci assicura che è necessario che esista una *densità di probabilità bidimensionale*  $p_{M_1 M_2}$  tale che la probabilità  $P$  che  $U$  sia compresa tra  $u_1$  e  $u_1+du_1$  a  $M_1$  e  $u_2$  e  $u_2+du_2$  a  $M_2$



valga  $p_{M_1 M_2}(u_1, u_2) du_1 du_2$ . Ciò consente di tener conto, almeno parzialmente, della tridimensionalità della turbolenza, ma non della sua *continuità temporale*. A tal proposito, se si considerano i punti  $M_1 = (x_1, y_1, z_1; t_1)$ ,  $M_2 = (x_2, y_2, z_2; t_2)$ , ...,  $M_n = (x_n, y_n, z_n; t_n)$  dovrà esistere una *funzione di densità di probabilità tale da consentire di definire la probabilità di  $U$  nell'intero spazio tempo*.

Sempre per la natura tridimensionale della turbolenza del *PBL*, una data variabile non può essere indipendente dalle altre variabili e quindi devono essere definibili anche *densità di probabilità congiunte* che leghino tra loro le realizzazioni delle singole variabili. La formulazione matematica di tali densità di probabilità congiunte è piuttosto complessa e la tralasciamo; l'importante è comprendere a quale conclusione si sia giunti. Una visione stocastica della turbolenza del *PBL* porta alla definizione di densità di probabilità congiunte che consentono di definire *la probabilità che in un dato punto dello spazio-tempo le variabili che descrivono la turbolenza del PBL assumano dati valori*. Dato che il *PBL* è un fluido viscoso che, come tale, deve rispettare le leggi di conservazione della fluidodinamica, questa visione di fatto cerca di *riscrivere* (almeno concettualmente) le relazioni di conservazione in termini di funzioni di densità di probabilità congiunta. Trattare direttamente tali funzioni di densità di probabilità non è comodo e cerchiamo quindi una via più semplice per affrontare lo studio della turbolenza. Se ci si limita a considerare una sola variabile  $U$  nel punto  $M_1$  dello spazio-tempo, si definisce *momento di ordine  $n$  la grandezza seguente*:

$$\overline{u^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} u^n(M_1) \cdot p(u) \cdot du \quad [2.39a]$$

Si nota immediatamente come *il momento del primo ordine* coincida con la media sopra definita. Una volta nota la media, è possibile definire i *momenti centrali* nel modo seguente:

$$\overline{M(u)^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} [u(M_1) - \bar{u}]^n p(u) \cdot du \quad [2.39b]$$

Il momento centrale più importante dopo la media è il *momento centrale del secondo ordine*, detto *varianza* e definito come:

$$\sigma_u^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} [u(M_1) - \bar{u}]^2 p(u) \cdot du \quad [2.39c]$$

la cui radice quadrata  $\sigma$  viene chiamata *deviazione standard* e rappresenta la dispersione media attorno al valor medio della variabile  $U$ .

La statistica assicura che la conoscenza di tutti i momenti (centrali o no) è del tutto equivalente alla conoscenza della densità di probabilità  $p(u)$ , cosa che non esaurisce il problema, vista la necessità di conoscere anche l'interdipendenza tra i valori di una stessa variabile misurati in punti diversi dello spazio-tempo. A tale scopo, dati due punti  $M_1$  e  $M_2$  dello spazio-tempo, è possibile definire anche in questo caso dei momenti, in particolare centrali, anche se la loro espressione risulta relativamente complessa. Di essi, però, sicuramente il più interessante è il momento del secondo ordine, detto *autocovarianza*, definita come:

$$\overline{M(u_1, u_2)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} [(U(M_1) - \bar{u}_1) \cdot (U(M_2) - \bar{u}_2)] \cdot p(u_1, u_2) \cdot du_1 du_2 \quad [2.39d]$$

spesso scritto come:

$$\overline{M(u_1, u_2)^2} = \sigma^2 \rho(M_1, M_2) \quad [2.39e]$$

dove  $\rho(M_1, M_2)$  è la *funzione di autocorrelazione*, che esprime la *memoria che la variabile  $U$  in  $M_1$  ha del valore assunto in  $M_2$* . Quando  $M_1$  coincide con  $M_2$ ,  $\rho$  ha valore unitario (la memoria è ovviamente perfetta) e nel caso della turbolenza del *PBL* dove gli *eddies* sono di varie dimensioni ma localizzati, quando la distanza tra  $M_1$  e  $M_2$  diventa molto grande,  $\rho$  tende a zero (più aumenta la distanza tra i punti di osservazione, più i valori assunti in queste posizioni da  $U$  sono tra loro non correlati).

Per descrivere statisticamente la dipendenza tra una variabile e l'altra ( $U$  e  $V$  per esempio) sono definibili anche in questo caso dei momenti centrali. Nel caso particolare del momento secondo per due variabili osservate nello stesso punto  $M_1$  dello spazio-tempo, si può così definire la loro *covarianza* come:

$$Cov(U, V)_{M_1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ (U(M_1) - \overline{u_1})^n (V(M_1) - \overline{v_1})^m \right] \cdot p(u_1, v_1) \cdot du_1 dv_1 \quad [2.39f]$$

Come nel caso dell'autocovarianza, anche per la covarianza è possibile una definizione alternativa:

$$Cov(U, V)_{M_1} = \sigma_U \sigma_V \rho(U, V) \quad [2.39g]$$

dove  $\rho$  è la funzione di correlazione tra  $U$  e  $V$  nel medesimo punto dello spazio-tempo.

La conoscenza di tutti i tipi di momenti di tutti gli ordini, per tutti i punti dello spazio-tempo e per tutte le variabili responsabili della turbolenza del *PBL* è del tutto equivalente alla descrizione statistica realizzata mediante le funzioni di densità di probabilità congiunte o meno. Ovviamente la difficoltà pratica di una tale descrizione non è cambiata, è solo cambiato il *formalismo impiegato*. In realtà, l'introduzione dei momenti centrali al posto delle funzioni di densità di probabilità può portare ad alcune interessanti e promettenti considerazioni di interesse pratico. In effetti, dovendo comunque tener conto le relazioni della fluidodinamica che, come si vedrà, si presentano in *forma prognostica*, cioè in un dato istante  $t$  legano il *tasso di variazione temporale* di una generica variabile alla *variazione spaziale* di un sottoinsieme delle variabili rilevanti nell'istante considerato, si può scegliere di lasciare alla fluidodinamica la descrizione delle variazioni nel tempo e nello spazio, prendendo però come variabili di riferimento non direttamente le variabili meteorologiche, ma i relativi indicatori statistici (cioè i momenti). La seconda considerazione che si può fare è che è pensabile (e sperabile) che i momenti realmente coinvolti nella descrizione della turbolenza siano un numero ridotto e quindi, di tutta la infinità di momenti che a rigore sarebbero necessari, ci si possa limitare a considerarne un numero esiguo. Queste due considerazioni rendono ora il panorama decisamente più ottimistico! Tuttavia si deve ancora superare la difficoltà che deriva dal fatto che i momenti centrali sono dei candidati ideali per la trattazione statistica delle variabili meteorologiche che dipendono, però, in maniera inscindibile dalla definizione di *media*, che a questo punto diventa il problema cruciale. La relazione data in precedenza è una definizione univoca e non ambigua, tuttavia è bene analizzare in dettaglio le implicazioni legate a tale definizione.

### 2.1.3.1 L'ipotesi di Reynolds e la definizione di media

Lo stato del *PBL* è quello tipico di un fluido viscoso turbolento in cui le variabili fisiche che lo caratterizzano presentano evoluzioni prevedibili e di chiaro aspetto deterministico a cui si sovrappone un *rumore* tipicamente stocastico e disordinato. E' quindi logico supporre che questa possa essere una chiave interpretativa promettente e fu proprio questo il modo con cui Reynolds affrontò lo studio della turbolenza dei fluidi in generale e del *PBL* in particolare, formulando un'*ipotesi di lavoro* (*Ipotesi di Reynolds*) secondo cui il valore di una variabile  $U$  in un punto dello spazio-tempo è data dalla relazione seguente:

$$U(\underline{x};t) = \overline{U}(\underline{x};t) + u'(\underline{x};t) \quad [2.40]$$

dove  $\overline{U}$  è il *valore medio*,  $\underline{x}$  è un punto dello spazio e  $u'$  è la *fluttuazione turbolenta* (a media nulla). L'ipotesi di Reynolds altro non è che la formalizzazione della metodologia statistica presentata, in cui  $\overline{U}(\underline{x};t)$  è naturale che coincida con la definizione (2.38b). In realtà Reynolds postulò che date due variabili  $U$  e  $V$ , la media introdotta nella (2.40) avesse le proprietà seguenti (note come *condizioni di Reynolds*) (Monin e Yaglom, 1971a):

$$\overline{U + V} = \overline{U} + \overline{V} \quad [2.41a]$$

$$\overline{aU} = a\overline{U}, \quad a = \text{costante} \quad [2.41b]$$

$$\overline{a} = a \quad [2.41c]$$

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial U}{\partial x_i}}, \quad x_i = x, y, z, t \quad [2.41d]$$

$$\overline{UV} = \overline{U} \cdot \overline{V} \quad [2.41e]$$

Le prime quattro condizioni sono soddisfatte da molte definizioni di media (per esempio la media spaziale e la media temporale). Più complessa è la condizione (2.41e) che a rigore non è soddisfatta né dalla media spaziale né dalla media temporale, ma solo dalla media di insieme. Sembra quindi che le condizioni di Reynolds inducano ad adottare la *media di insieme*, ma è realistico usare tale definizione nella pratica? Se il *PBL* fosse un laboratorio, non ci sarebbero problemi: si potrebbe ripetere l'esperimento ogni volta lo volessimo e si potrebbe stimarla agevolmente. Ma il *PBL* non è un laboratorio e ciò che si osserva in un dato istante non si ripeterà mai più, quindi anche se la scelta della media di insieme è teoricamente ottimale, in pratica non è praticabile. Al contrario, le misure che è realistico fare nel *PBL* allo stato attuale della tecnologia sono costituite prevalentemente da misure realizzate in un dato punto dello spazio (prevalentemente nei pressi del suolo) protratte nel tempo e quindi risulta semplice definire una *media temporale* nel modo seguente:

$$\langle U \rangle = 1/T \cdot \int_0^T U(t) dt \quad [2.42]$$

dove  $T$  è il tempo di mediazione. Essa è realisticamente realizzabile nella pratica, ma non rispetta tutte le condizioni di Reynolds. E' necessario quindi stendere un ponte tra le due definizioni di media, la seconda operativamente semplice da realizzare, la prima fondamentale nella teoria del *PBL*. A tal proposito è opportuno fare alcune osservazioni:

- la *turbolenza è stazionaria* se le proprietà statistiche del sistema sono indipendenti dal tempo; la stazionarietà implica quindi l'invarianza statistica alla traslazione rispetto all'asse dei tempi. Le caratteristiche della turbolenza nel *PBL* sono generalmente *non stazionarie*,

soprattutto perché la principale forzante del sistema è il sole, col suo caratteristico ciclo giornaliero. L'ipotesi di stazionarietà per funzioni casuali non stazionarie quali sono le variabili meteorologiche del *PBL* è talvolta accettabile se si considerano intervalli temporali di breve durata (inferiori all'ora) durante i quali i cambiamenti sembrano avvenire per stati quasi stazionari;

- la *turbolenza è omogenea* se il campo è statisticamente invariante rispetto alla traslazione degli assi coordinati nello spazio;
- la *turbolenza è isotropa* se il campo è indipendente dalla traslazione, rotazione e riflessione degli assi coordinati.

Nel caso in cui la turbolenza abbia tutte queste caratteristiche, allora si è in condizioni di *ergodicità* ed in questo caso la *media temporale è equivalente alla media di insieme*. Anche se la turbolenza del *PBL* è ben lontana dalla condizione di ergodicità, operativamente non si può fare altro che usare la media temporale al posto della media di insieme ogni volta che vengono applicate nella pratica le equazioni base che descrivono l'evoluzione del *PBL*. Questo è evidentemente un'approssimazione molto forte, tuttavia inevitabile.

### 2.1.3.2 Determinazione pratica dei momenti statistici di interesse

Nella realtà, ciò che si misura non è l'evoluzione continua nel tempo di una variabile  $U$ , dato che i sistemi di misura attuali permettono di conoscere la variabile meteorologica in esame solo in una sequenza più o meno fitta di istanti temporali successivi. Quindi, è realmente disponibile solo una sequenza di misure  $U_i$ , ottenute ad istanti  $t_i$ , normalmente regolari. Se l'intervallo tra una misura e l'altra è costante e pari a  $\Delta t$ , si dice che la *frequenza di campionamento* della misura è  $f = 1/\Delta t$  (se  $\Delta t$  è in secondi,  $f$  è in Hz). La *media temporale di  $U$*  (che da questo momento si indica come  $\bar{U}$ ) tra l'istante  $t_1$  e l'istante  $t_2 = N \cdot \Delta t$  è :

$$\bar{U} = 1/N \cdot \sum_{i=1}^N U_i \quad [2.43]$$

*buon stimatore* della vera media temporale se il numero di *campioni*  $N$  è sufficientemente elevato. Si definisce *periodo di mediazione* l'intervallo temporale  $T = t_2 - t_1$ . Il periodo di mediazione potrebbe essere qualsiasi, in pratica, mediando le differenti variabili meteorologiche di interesse su un periodo variabile tra 30 minuti ed 1 ora, si evidenziano, come sarà più chiaro nel seguito, i moti a grande scala ed in pratica il valor medio  $\bar{U}$ .

Per quanto riguarda gli altri momenti di interesse, le definizioni operative risultano essere le seguenti:

- la *varianza*, misura della *dispersione* dei dati sperimentali attorno ad un valore medio, è data dalla relazione seguente:

$$\sigma_U^2 = 1/(N-1) \cdot \sum_{i=1}^N (U_i - \bar{U})^2 \quad [2.44a]$$

Direttamente derivata dalla precedente è la *deviazione standard*, definita come:

$$\sigma_U = (\overline{U^2})^{1/2} \quad [2.44b]$$

- l'andamento irregolare nello spazio e nel tempo di ogni variabile meteorologica può essere vista come la *sovrapposizione* di fluttuazioni oscillanti a varie lunghezze d'onda. Se il segnale meteorologico è una funzione qualsiasi, l'Analisi Matematica assicura che tale funzione è scomponibile in serie di armoniche (*Teorema di Fourier*). Ciò porta, da un lato, all'analisi spettrale del segnale e, dall'altro, al concetto di funzione di autocorrelazione, che misura *quanto il segnale resta correlato con sé stesso in un intervallo temporale prefissato*. D'altro canto, quando l'autocorrelazione si annulla, c'è una chiara indicazione del fatto che il fenomeno si comporta in maniera totalmente casuale. Si ipotizzi di disporre di una serie di misure  $A_j$ , distanti temporalmente una dall'altra di un intervallo temporale  $\Delta t$ . Se  $N$  è elevato, la *funzione di autocorrelazione* è definita come:

$$R_{AA}(j\Delta t) = \frac{\overline{A'_k \cdot A'_{k+j}}}{\sigma_A^2} \quad [2.44c]$$

dove  $A'_k$  è la fluttuazione all'istante  $t_k$  e  $\sigma_A^2$  è la varianza di  $A$ . Dalla relazione precedente è evidente come si abbia un valore di autocorrelazione per ogni valore del *time lag*  $j\Delta t$ . Se si prendono in considerazione infiniti valori di *time lag*, si otterrà una stima della funzione di autocorrelazione. Per *time lag* nulli, tale funzione presenta il valore unitario. Più aumenta il *time lag*, più diminuisce la autocorrelazione del segnale e quindi più il segnale si *dimentica della storia passata*.

- molto spesso è importante stabilire quanto due grandezze meteorologiche che evolvono nel tempo varino in maniera concorde, in particolare, se le due variabili crescono o diminuiscono insieme o se al crescere dell'una si assiste al diminuire dell'altra. Per quantificare ciò, vengono impiegati i momenti di ordine  $n$  tra variabili differenti nello stesso punto dello spazio. Il più celebre e più usato di tali momenti è sicuramente la *covarianza* tra due variabili  $A$  e  $B$ , definita, nel caso discreto, come:

$$Cov(A, B) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(A_i - \bar{A}) \cdot (B_i - \bar{B})] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a'b' = \overline{a'b'} \quad [2.44d]$$

La covarianza indica quindi il grado di "parentela" tra due variabili  $A$  e  $B$ . Se è positiva, le due variabili variano nella stessa direzione, mentre è negativa se variano in direzioni diverse. A volte è di interesse la *covarianza normalizzata* o *coefficiente di correlazione lineare* definito come:

$$r_{AB} = \overline{a'b'} / (\sigma_A \sigma_B) \quad [2.44e]$$

variabile tra -1 e +1. Per due variabili perfettamente correlate  $r = +1$ . Per due variabili perfettamente negativamente correlate  $r = -1$  e per due variabili non sono correlate  $r = 0$ .

### 2.1.3.3 L'ipotesi di Taylor

La descrizione del *PBL* richiede la conoscenza della distribuzione spazio-temporale dei vortici per determinare le densità di probabilità congiunte o, alternativamente, i momenti centrali corrispondenti. Sfortunatamente, allo stato attuale della tecnologia, è praticamente impossibile *fotografare* la struttura turbolenta del *PBL*. Di fatto è più difficile misurare ad un certo istante le caratteristiche di una vasta porzione del *PBL* piuttosto che fare misure protratte nel tempo in un punto preciso dello spazio. Se, per esempio, si installa una torre meteorologica dotata a varie

quote di un anemometro e di un termometro e si collegano tutti questi sensori ad un sistema di acquisizione dati, si è in grado di fotografare, in quella ristretta porzione di spazio, l'andamento temporale delle variabili meteorologiche rilevate (in questo caso vento e temperatura). La tecnologia disponibile è tale che l'intervallo temporale tra una misura e la successiva può essere ridotto a frazioni di secondo con costi e sforzi organizzativi, nel complesso, accettabili. Il passo verso una descrizione spaziale risulta possibile solo nel senso di un incremento dei punti di misura, fino a ricondursi ad un reticolo tridimensionale di postazioni di misura sufficientemente fitto. Il limite a ciò è l'aumento esponenziale dei costi e l'esplosione combinatoriale dei problemi organizzativi e logistici. L'introduzione attuale di *sensori remote sensing* come il *RADAR* per la misura della pioggia e del vento radiale, il *SODAR* per la misura del vettore vento ed il *RASS* per la misura della temperatura, pur avendo indotto sensibili miglioramenti in questa problematica, non ha comunque risolto tutte le difficoltà.

Da sempre l'impossibilità di misurare ha prodotto, per reazione, un notevole sforzo intellettuale volto alla costruzione di modelli o allo sviluppo di teorie con cui aggirare le difficoltà sperimentali stesse. Proprio in tale direzione deve essere inquadrato il lavoro di *G.I. Taylor* che, nel 1938, formulò la celebre *ipotesi di congelamento della turbolenza*, secondo cui *la turbolenza dei vari vortici poteva essere considerata congelata durante il loro transito nelle vicinanze di un sensore*. Così era possibile impiegare la velocità media del vento per trasformare la variazione temporale della turbolenza in una corrispondente variazione spaziale. Tale ipotesi non è vera in generale, ma lo diventa in tutti quei casi in cui i vortici turbolenti evolvono con una scala temporale maggiore del tempo da loro impiegato nel transitare per il sensore. Se un vortice di dimensione caratteristica  $\lambda$  è trasportato da un vento medio orizzontale  $U$ , il tempo che intercorre tra l'istante in cui il sensore inizia a sentire il vortice e l'istante in cui ciò si esaurisce sarà  $P$ , legato al modulo della velocità del vento ed alla dimensione caratteristica del vortice dalla relazione:

$$P = \lambda/U \quad [2.45]$$

In concreto, si consideri la temperatura come variabile caratteristica del vortice. Durante il transito del vortice nei pressi del termometro, si noterà una sua variazione misurata dal termometro. Si ipotizzi che la dimensione caratteristica del vortice sia  $\lambda=100$  m e che, nel momento in cui il vortice lambisce il termometro, la temperatura misurata sia  $10^\circ\text{C}$ , mentre quando il vortice lascia il termometro sia di  $5^\circ\text{C}$ , evidenziando una variazione di  $-5^\circ\text{C}$ . Se  $U$  è pari a  $10$  m/s, in  $10$ s tutto il vortice è passato per il termometro e, se non ha subito evoluzioni, la variazione di temperatura misurata coincide col gradiente termico del vortice. Localmente si è misurata una variazione temporale  $\partial T/\partial t = -0.5$  ( $\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$ ) per il passaggio del vortice caratterizzato da un gradiente termico spaziale pari a  $\partial T/\partial x = 5\text{K}/100\text{m} = 0.05$   $\text{K}\cdot\text{m}^{-1}$ , dove  $x$  è misurata parallelamente alla direzione del vento medio. E' quindi immediato constatare che:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -U \frac{\partial T}{\partial x} \quad [2.46]$$

L'ipotesi di Taylor può essere ritenuta valida quando si è sicuri che il vortice non subisca cambiamenti significativi nel transito per il sensore e quindi quando l'intensità della turbolenza è piccola rispetto alla velocità del vento. Quantitativamente, tale ipotesi risulta valida quando  $\sigma_U < 0.5 U$ , dove  $\sigma_U$  è la deviazione standard della velocità del vento.

La (2.46) probabilmente non evidenzia a sufficienza la *potenza applicativa* dell'Ipotesi di Taylor, pertanto è opportuno completare quanto si è detto con una formulazione meno rigorosa, ma più orientata alle applicazioni pratiche. Si consideri a tal proposito una serie di temperature

$T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) rilevate in un punto del *PBL* vicino al suolo. Tali rilevazioni siano state fatte agli istanti  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) equidistanti nel tempo ( $\Delta t = t_{i+1} - t_i = \text{costante}$  per ogni  $i$ ). Si ipotizzi, inoltre, che durante la misura la velocità media del vento sia pari a  $U$  e che siano soddisfatte, inoltre, le condizioni di applicabilità dell'Ipotesi di Taylor. Per essere concreti, in Fig. 1.15a è riportato un esempio tipico di una serie temporale di temperature rilevate durante una situazione convettiva con velocità media del vento di  $5.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Come si può vedere, nel segnale di temperatura sono evidenti le caratteristiche rampe tipiche delle situazioni convettive. La temperatura è stata rilevata con una frequenza di campionamento di 10 Hz.

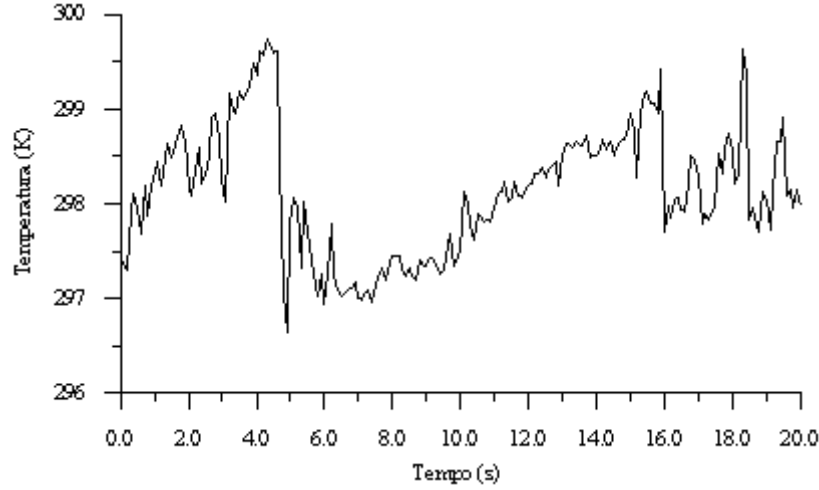


Fig. 1.15a: andamento nel tempo della temperatura in una situazione convettiva.

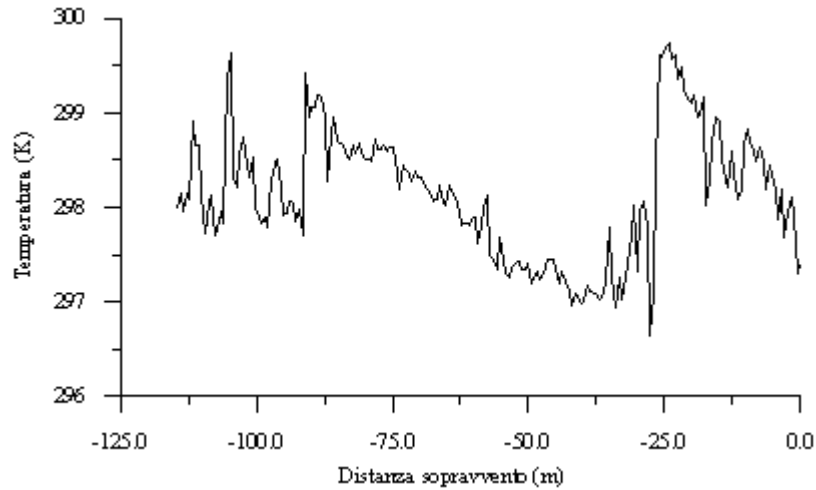


Fig. 1.15b: trasformazione della struttura termica di Fig. 1.15a operata dall'ipotesi di Taylor.

Si consideri ora la (2.46) e se ne realizzi una discretizzazione nello spazio e nel tempo:

$$(T_{i+1} - T_i) / \Delta t = -U \cdot (T_{k+1} - T_k) / (x_{k+1} - x_k) \quad [2.47a]$$

Va rilevato che la posizione del vortice al tempo  $t_i$  è  $x_i$  e quindi  $T_i = T_k = T_{ik}$ . Dalla relazione precedente si ha che:

$$T_{k+1} = T_{ik} - \frac{x_{k+1} - x_k}{U \cdot \Delta t} \cdot (T_{i+1} - T_{ik}) \quad [2.47b]$$

Se è valida l'Ipotesi di Taylor, a quale distanza  $x_{k+1}$  si viene a trovare la porzione di vortice avente una temperatura  $T_{k+1} = T_{i+1}$  (cioè pari alla temperatura rilevata dalla postazione fissa di misura all'istante  $t_{i+1}$ )? E' facile verificare che:

$$x_{k+1} = x_k - U \cdot \Delta t \quad [2.47c]$$

quindi ad una distanza *sopravvento* alla postazione pari a  $U \cdot \Delta t$ . Nel caso specifico mostrato in Fig. 1.2a1, se si pone  $x_I = 0$ , si ha quanto riportato in Fig. 1.15b. E' facile rendersi conto che se si facesse transitare questa struttura termica senza deformarla (*congelata*, quindi) alla velocità media del vento attraverso il punto di misura, ciò che verrebbe rilevato è effettivamente quanto mostrato in Fig. 1.15a.

#### 2.1.3.4 L'Energia Cinetica Turbolenta

Per ogni particella d'aria dotata di velocità propria è definibile *l'energia cinetica* corrispondente che, se ci si riferisce ad una massa unitaria, è data da:

$$e = 1/2 [u^2 + v^2 + w^2] \quad [2.48a]$$

dove le componenti del vento considerate sono le *componenti istantanee*. Se si considera un intervallo di tempo di osservazione, è definibile *un'energia cinetica media* come:

$$\bar{e} = 1/2 [\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}] \quad [2.48b]$$

Applicando l'ipotesi di Reynolds, dalle relazioni precedenti risulta che:

$$\bar{e} = 1/2 \left\{ \left[ \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2} \right] + \left[ \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right] \right\} \quad [2.48c]$$

Il primo dei due addendi è *l'energia cinetica media* della particella, proprietà derivante dal moto medio della particella stessa, mentre il secondo addendo:

$$TKE = E = 1/2 [\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}] \quad [2.48d]$$

prende il nome di *energia cinetica turbolenta* e rappresenta l'energia cinetica che la particella incorpora a causa della turbolenza caratteristica del *PBL*. Questa grandezza, come si vedrà nel seguito, riveste una notevole importanza nella modellizzazione matematica del *PBL*. Va rilevato come i tre addendi nella (2.48d) altro non siano che le varianze delle tre componenti del vento.

L'energia cinetica turbolenta varia nel tempo in accordo con una opportuna legge prognostica. E' però importante fin da subito fare alcuni commenti in proposito. Il suo tasso di variazione in un generico istante ed in un punto qualsiasi del *PBL* deriva dalla somma di alcuni termini:

- un termine di produzione meccanica legato agli stress di Reynolds ed allo *shear* del vento,
- un termine di trasporto turbolento,
- un termine derivante dovuto al gradiente delle fluttuazioni di pressione
- un termine dovuto al galleggiamento
- un termine che rappresenta la dissipazione viscosa di energia cinetica in calore.



Questo ultimo termine, normalmente denominato tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta ed indicato col simbolo  $\varepsilon$ , riveste un ruolo estremamente rilevante nello studio del *PBL*, come sarà chiaro nel seguito.

### 2.1.3.5 Flussi Cinematici e Flussi Turbolenti

In un punto  $P(x,y,z)$  del *PBL* e ad un istante  $t$  si stabiliscono dei flussi di quantità di moto, di calore, di vapor d'acqua e di specie chimiche, conseguenza non solo dei moti medi delle masse d'aria ma anche dei moti turbolenti. Si consideri inizialmente il flusso di calore. Se in  $P(x,y,z)$  si considera una superficie infinitesima  $dS$  la cui normale è diretta lungo l'asse  $x$ , il calore che attraversa tale superficie nell'intervallo di tempo  $dt$  dipende dal valore di temperatura  $T$  posseduto dall'aria in  $P$  e dal valore della componente  $u$  del vento nel punto  $P$  e nell'istante considerato secondo la relazione:

$$dQ = \rho C_p \cdot T \cdot u \cdot dS \cdot dt \quad [2.49]$$

Quindi, il *flusso istantaneo di calore* lungo la direzione  $x$  in  $P$  all'istante  $t$  risulta pari a:

$$Q_x(P,t) = \rho C_p \cdot u \cdot T \quad [2.50a]$$

Analogamente si ottengono le relazioni seguenti per i flussi istantanei nelle direzioni  $y$  e  $z$ :

$$Q_y(P,t) = \rho C_p \cdot v \cdot T \quad [2.50b]$$

$$Q_z(P,t) = \rho C_p \cdot w \cdot T \quad [2.50c]$$

Il *flusso di calore istantaneo* è quindi una *quantità vettoriale* che, in  $P$  ed a  $t$ , risulta pari a:

$$\underline{Q}(P,t) = (Q_{yx}, Q_y, Q_z) = (\rho C_p u T, \rho C_p v T, \rho C_p w T) \quad [2.50d]$$

Normalmente il flusso di calore istantaneo è di ben poca utilità pratica, variando in modo pressoché casuale nel tempo col variare delle tre componenti del vento e della temperatura. Di interesse molto maggiore è invece il *flusso di calore medio* in un intervallo temporale  $\tau$ . Anche tale flusso è un'entità vettoriale e per ottenere le tre componenti cartesiane si può considerare ancora una volta la superficie infinitesima  $dS$  orientata lungo l'asse  $x$ : il flusso di calore istantaneo lungo tale direzione è dato dalla (2.50a). Se si considerano due istanti successivi  $t_1$  e  $t_2 = t_1 + \tau$ , il valor medio di  $Q_x$  sarà pari a:

$$\overline{Q_x}(P) = \frac{\rho C_p}{\tau} \int_{t_1}^{t_1+\tau} u(t) \cdot T(t) \cdot dt \quad [2.51a]$$

Se si adotta l'ipotesi di Reynolds e se si ricorda che il valor medio delle fluttuazioni è nullo, la (2.51a) si trasforma nella relazione seguente:

$$\overline{Q_x}(P) = \overline{Q_{x\_cin}}(P) + \overline{Q_{x\_turb}}(P) = \rho C_p \overline{U} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{u'T'} \quad [2.51b]$$

da cui si nota come la componente media lungo  $x$  del flusso di calore in  $P$  sia la somma di  $\overline{Q_{x\_cin}}$  (*flusso cinematico di calore* dovuto al trasporto medio di calore) e  $\overline{Q_{x\_turb}}$  (il *flusso*

turbolento di calore causato dai moti turbolenti). Sorprendentemente, si nota che, *in assenza* di un movimento medio delle masse d'aria lungo la direzione  $x$ , la sola turbolenza è comunque in grado di trasferire calore. Analogamente, considerando sia la direzione  $y$  che la  $z$ , si ha che:

$$\overline{Q_y}(P) = \overline{Q_{y\_cin}}(P) + \overline{Q_{y\_turb}}(P) = \rho C_p \overline{V} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{v' T'} \quad [2.51c]$$

$$\overline{Q_z}(P) = \overline{Q_{z\_cin}}(P) + \overline{Q_{z\_turb}}(P) = \rho C_p \overline{W} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{w' T'} \quad [2.51d]$$

Nel caso particolare del flusso verticale di calore ( $\overline{Q_z}$ ), se il terreno è piatto e se si considera un punto  $P$  molto vicino al suolo (entro il  $SL$ , in particolare), per la *no-slip condition*  $\overline{W}$  è nullo e quindi il flusso medio verticale di calore coincide col flusso turbolento. Ciò sta a significare che il flusso verticale di calore sensibile responsabile della generazione e dell'evoluzione degli enormi vortici che spazzano l'intero PBL è esclusivamente di origine turbolenta! Dato che questa circolazione di vortici è l'elemento vitale di tutto il  $PBL$ , risulta evidente come la turbolenza sia il meccanismo principale presente nel  $PBL$  e quindi anche il meccanismo più efficace di rimescolamento degli inquinanti in esso emessi.

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per il vapor d'acqua. Se si utilizza il concetto di umidità assoluta  $a$ , adottando ancora una volta l'ipotesi di Reynolds e seguendo la metodologia precedente, si giunge facilmente alla determinazione del flusso medio di vapor d'acqua in un punto  $P$ :

$$\overline{F_{H_2O}}(P) = (\overline{F_{H_2Ox}}, \overline{F_{H_2Oy}}, \overline{F_{H_2Oz}}) \quad [2.52a]$$

dove

$$\overline{F_{H_2Ox}}(P) = \overline{F_{H_2Ox\_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Ox\_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{U} + \overline{a' u'} \quad [2.52b]$$

$$\overline{F_{H_2Oy}}(P) = \overline{F_{H_2Oy\_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Oy\_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{V} + \overline{a' v'} \quad [2.52c]$$

$$\overline{F_{H_2Oz}}(P) = \overline{F_{H_2Oz\_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Oz\_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{W} + \overline{a' w'} \quad [2.52d]$$

Anche in questo caso, se il punto di osservazione sta nel  $SL$  ed il terreno è piatto, il flusso cinematico verticale di vapor d'acqua è nullo e quindi l'intero flusso verticale di umidità (l'evapotraspirazione del suolo) è totalmente dovuto alla turbolenza. Naturalmente, perché sia presente del vapor d'acqua in aria è necessario che venga speso del calore di evaporazione. Se ci si limita a considerare il solo flusso verticale di vapor d'acqua, ad esso sarà associato un *flusso verticale di calore latente* che, indicando con  $\lambda$  il calore latente di vaporizzazione, sarà pari a:

$$\overline{Q_{Lz}}(P) = \overline{Q_{Lz\_cin}}(P) + \overline{Q_{Lz\_turb}}(P) = \lambda \cdot \overline{a} \cdot \overline{W} + \lambda \cdot \overline{a' w'} \quad [2.52e]$$

Nel  $SL$  e con terreno piatto, la componente cinematica del flusso latente verticale è nulla e tutto il flusso di calore latente verticale è dovuto al solo effetto della turbolenza.

Da quanto detto, si nota come la *parte turbolenta del flusso* medio in una delle direzioni cardinali sia *proporzionale* alla *covarianza* della variabile considerata con la componente del vento lungo la direzione cardinale stessa. Ciò sta a significare che il vettore delle covarianze tra uno scalare  $c$  (temperatura o vapor d'acqua) ed il vento ( $\overline{c' u'}, \overline{c' v'}, \overline{c' w'}$ ) coincide, a meno di una costante di proporzionalità, col vettore dei flussi turbolenti medi. Se il punto  $P$  in cui si determina il flusso sta entro il  $SL$  ed il terreno è piatto, risultano di estrema importanza nello studio del  $PBL$  i flussi seguenti:

- il flusso verticale di calore  $H_0$ , normalmente indicato come Flusso Turbolento di Calore Sensibile, definito come:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'} \quad [2.53a]$$

- il flusso di calore latente  $H_E$ , dato da:

$$H_E = \lambda \overline{a'w'} \quad [2.53b]$$

- l'evapotraspirazione  $E$ , data da:

$$E = \overline{a'w'} \quad [2.53d]$$

Un'altra proprietà di cui è dotata una particella d'aria in movimento è la *quantità di moto*. Essa è un'entità vettoriale che, nel caso di una particella con volume unitario, è pari a:

$$\underline{p} = (p_x, p_y, p_z) = (\rho u, \rho v, \rho w) \quad [2.54a]$$

dove  $\rho$  è la densità dell'aria e quindi della particella considerata. Dato che le componenti  $u$ ,  $v$  e  $w$  sono valori istantanei, il vettore  $\underline{p}$  nel punto  $P$  dovrà essere considerato istantaneo e varierà irregolarmente nel tempo per la turbolenza presente nel *PBL*. Non è immediato definire il flusso istantaneo di quantità di moto che è presente in un punto  $P$  dello spazio ad un istante  $t$ . Si consideri una superficie infinitesima  $dS$  con normale parallela all'asse delle  $x$ . Attraverso tale superficie sono definibili tre *flussi istantanei*: il flusso di  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$ , cioè:

$$F_{p_x}^x = \rho \cdot u \cdot u \quad [2.54b]$$

$$F_{p_x}^y = \rho \cdot v \cdot u \quad [2.54c]$$

$$F_{p_x}^z = \rho \cdot w \cdot u \quad [2.54d]$$

Mentre nel caso del flusso di una variabile scalare in  $P$  lungo la direzione  $x$ , il flusso era uno scalare, nel caso della quantità di moto il *flusso è un vettore*. Analoghe considerazioni possono essere fatte per il flusso di quantità di moto in direzione  $y$  ed in direzione  $z$  ed in entrambi i casi si giunge alla conclusione che questi flussi direzionali sono entità vettoriali. Pertanto, il *flusso (non direzionale)* in  $P$  all'istante  $t$  sarà un  *tensore* così definito:

$$F_p = (\underline{F_p^x}, \underline{F_p^y}, \underline{F_p^z}) = \rho \cdot \begin{vmatrix} uu & vu & wu \\ uv & vv & wv \\ uw & vw & ww \end{vmatrix} \quad [2.54e]$$

Finora si è considerato il *flusso istantaneo di quantità di moto*. Viceversa, in generale si è interessati al *Flusso Medio di Quantità di Moto*. Se inizialmente si considera solo  $F_{py}^x$  dato dalla (2.54c), e se ne fa la media tra l'istante  $t_1$  e l'istante  $t_2 = t_1 + \tau$ , utilizzando l'ipotesi di Reynolds si ottiene:

$$\overline{F_{py}^x} = \frac{\rho}{\tau} \cdot \int_{t_1}^{t_1+\tau} [\overline{U} + u'(t)] \cdot [\overline{V} + v'(t)] \cdot dt = \rho \cdot [\overline{U} \cdot \overline{V} + \overline{u'v'}] \quad [2.55a]$$

La stessa metodologia può essere applicata a tutte le 9 componenti del  *tensore*  che rappresenta il flusso di quantità di moto, giungendo alla definizione seguente di  *Flusso Medio di Quantità di Moto*  in un punto  *P*  del  *PBL*  :

$$\overline{F_p} = \rho \cdot \begin{vmatrix} \overline{U \cdot U} & \overline{V \cdot U} & \overline{W \cdot U} \\ \overline{U \cdot V} & \overline{V \cdot V} & \overline{W \cdot V} \\ \overline{U \cdot W} & \overline{V \cdot W} & \overline{W \cdot W} \end{vmatrix} + \rho \cdot \begin{vmatrix} \overline{u'u'} & \overline{v'u'} & \overline{w'u'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{w'v'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{vmatrix} \quad [2.55b]$$

in cui il primo termine del membro di destra rappresenta il  *Flusso Cinematico della Quantità di Moto*  ed il secondo il  *Flusso Turbolento* . A questo punto è possibile fare alcune considerazioni:

- il  *Flusso Turbolento Medio di Quantità di Moto* , a meno di una costante pari alla densità dell'aria, coincide con la  *matrice di varianza-covarianza*  delle 3 componenti del vento;
- è possibile dimostrare che esiste una corrispondenza tra il  *tensore degli sforzi viscosi*  (Sforzi di Reynolds) ed il  *Flusso Turbolento di Quantità di Moto* . In particolare, detto  $\tau$  il tensore degli sforzi di Reynolds, si ha che  $F_p = -\tau$  ;
- in un punto  *P*  nel  *SL*  e con terreno piatto, lo  *Sforzo Verticale di Taglio*  si riduce a due sole componenti ( $\tau_{xz} = -\rho \overline{u'w'}$ ) , ( $\tau_{yz} = -\rho \overline{v'w'}$ ) ed il modulo di tale vettore è pari a:

$$|\tau_{Reynolds}| = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2} \quad [2.56a]$$

Storicamente è stata definita una  *velocità di scala*   $u_*$ , nota come  *friction velocity*  come:

$$u_* = [\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2]^{1/4} \quad [2.56b]$$

da cui si ha ovviamente che:

$$|\tau_{Reynolds}| = \rho \cdot u_*^2 \quad [2.56c]$$

Prima di concludere questa discussione sui flussi cinematici e sui flussi turbolenti, si ritorni a considerare il Flusso Turbolento di Calore Sensibile  $H_0$ , durante una  *giornata non perturbata*  (senza temporali, pioggia, ecc.). Tale variabile presenta delle situazioni tipiche:

- nelle situazioni convettive, cioè nelle ore diurne soleggiate, quando l'apporto di energia solare garantisce il trasferimento al  *PBL*  dell'energia necessaria per la generazione di vortici convettivi, è necessario che  $H_0 > 0$ . Quindi  $\overline{w'\theta'} > 0$ .
- nelle situazioni stabili, cioè nelle ore notturne poco ventose,  $H_0$  è negativo e ciò implica che  $\overline{w'\theta'} < 0$ . La turbolenza è quindi di origine meccanica con vortici di dimensione estremamente limitata;
- nelle situazioni adiabatiche, corrispondenti alla transizione da situazioni convettive a situazioni stabili (e viceversa) o a ore con velocità del vento elevate,  $H_0 = 0$  e quindi  $\overline{w'\theta'} = 0$ .

La convettività è quindi presente solo quando esiste un adeguato apporto energetico solare, mentre la turbolenza meccanica lo è sempre e costituisce l'unico contributo durante le situazioni adiabatiche e stabili. Per questo ed anche per come è stata definita, la *friction velocity*  $u_*$  risulta sempre positiva.

Per concludere, non si può dimenticare un aspetto fondamentale che soggiace alla definizione di Flusso Medio: il periodo di mediazione. La sua scelta deve essere fatta in modo che i Flussi Medi abbiano significato micrometeorologico.

#### 2.1.3.6 Elementi spettrali di base

Invece di ritenere un generico segnale meteorologico un insieme caotico di valori, è anche possibile pensare che tale segnale sia il risultato *della sovrapposizione di una moltitudine di segnali armonici (seni e coseni) caratterizzati da periodi differenti*. In questo caso l'analisi non prenderà le mosse da una visione esclusivamente statistica, ma al contrario da una visione prevalentemente ondulatoria. Se si immagina che passino attraverso un sensore schiere di vortici equispaziati e che ogni schiera regolare di vortici possieda una ben precisa dimensione (per fissare le idee, si immaginino vortici sferici con diametro costante) e che le diverse schiere di vortici passino contemporaneamente, il sensore vedrà un segnale risultante dalla somma di tante sinusoidi di ampiezza proporzionale alla dimensione tipica di ciascuna schiera. Questa visione è congruente con l'adozione del *Teorema di Fourier* secondo cui un generico segnale  $x_i$ , campionato a istanti successivi equispaziati  $t_i = t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N-1}$ , può essere visto come la somma di tante funzioni armoniche cioè come:

$$x_n = a_0 + \sum_{k=1}^{N-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + \sum_{k=1}^{N-1} b_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad [2.57a]$$

dove  $k=1,2,\dots,N-1$  determina la frequenza di ciascuna armonica ( $f_k=k/N\Delta t$ ). I coefficienti presenti in questa relazione sono dati da:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \quad [2.57b]$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad [2.57c]$$

$$b_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad [2.57d]$$

Interessante è notare come la (2.57b) sia la media del segnale nel periodo di mediazione e quindi questa nuova visione della turbolenza *comunque* separa il segnale in un valor medio e in fluttuazioni: secondo l'ipotesi di Reynolds le fluttuazioni erano totalmente stocastiche, secondo la visione spettrale, invece, tali fluttuazioni sarebbero prevalentemente armoniche. L'analisi spettrale del segnale  $x_n$  risponde molto semplicemente alla domanda: *quanto pesano le differenti armoniche nel perturbare il segnale rispetto al suo valor medio?* Per rispondere a questa domanda e senza entrare nei dettagli, si può dire che un buon indicatore di questo *peso* è la *densità spettrale*, definita in prima approssimazione come:

$$P_k = 2 \cdot (a_k^2 + b_k^2)^{1/2} \quad [2.57e]$$

e l'insieme di tutti i coefficienti  $P_k$  rappresenta quello che viene indicato come *spettro* del

segnale  $x_n$ . Maggiore è il valore di  $P_k$ , più il segnale assomiglierà ad un segnale periodico di frequenza  $f_k$ . L'analisi spettrale da sola, non è in grado tuttavia di dire *perché* una frequenza pesa più di un'altra. La (2.57a) è espressa in termini di frequenze, ma l'ipotesi di Taylor consente di trasformare le frequenze (l'inverso di un tempo) in distanze e quindi, dal nostro punto di vista un po' semplicistico, in dimensioni di vortici.

Quest'analisi può essere applicata ai vari segnali meteorologici rilevati nei pressi del suolo. Se la variabile considerata è la velocità del vento e se il tempo di osservazione è abbastanza lungo, lo spettro che si ottiene è simile a quanto raffigurato in Fig.2.16 in cui l'ordinata rappresenta la porzione di energia associata ad un vortice di una particolare dimensione, mentre in ascissa è riportata la dimensione del vortice stesso in termini di frequenza. I vortici più piccoli hanno periodi più corti. I picchi nello spettro mostrano quali vortici contribuiscono di più all'energia complessiva vista in un punto  $P$ . Il picco più a sinistra, con periodo di circa 100 ore, si riferisce a variazioni di velocità del vento associate al passaggio di fronti. Il picco più a destra è quello più interessante; esso è dovuto ai vortici a microscala della durata variabile tra 10 secondi e 10 minuti, quelli in effetti già visti esaminando la Fig.2.14. Dalla Fig.2.16 emerge una circostanza singolare. Sono visibili variazioni nella velocità del vento o dell'ordine di alcune ore (derivanti dai moti a mesoscala) o dell'ordine dei minuti e dei secondi (dovuti alla turbolenza). Non si notano variazioni con periodi intermedi. Tale fenomeno è del tutto generale ed è noto col termine *spectral gap* ed è molto evidente nella figura (la valle tra i due picchi principali). Non era quindi arbitrario definire il *PBL* come *quella porzione di troposfera che risponde alle forzanti su una scala temporale dell'ordine dell'ora* (Stull, 1989); implicito era il fatto che la turbolenza fosse la principale forza motrice agente nel *PBL*. Lo *spectral gap* è quindi un mezzo per separare le influenze turbolente sul *PBL* da quelle influenze che turbolente non sono. Da queste considerazioni si può concludere che il periodo di mediazione da adottare nella stima della media e degli altri momenti di interesse dovrebbe essere di 15÷60 minuti.

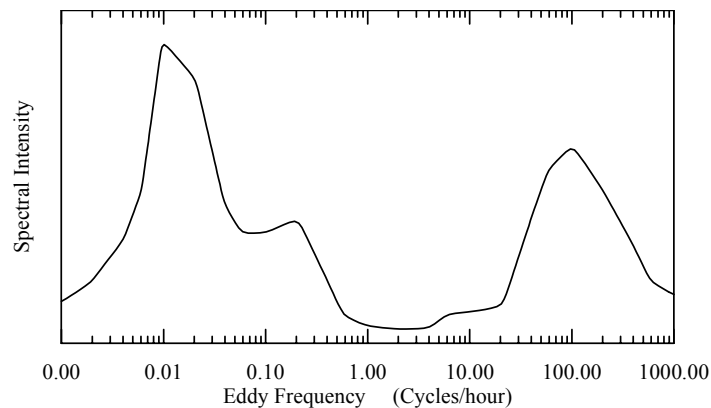


Fig.2.16: spettro della velocità del vento al suolo.

L'evidenza sperimentale ha mostrato come il *PBL*, specialmente se convettivo, sia sede di vortici di varie dimensioni (da vortici dell'ordine del chilometro a vortici dell'ordine del millimetro). Nel 1926 Richardson notò che i moti a scala più piccola hanno sempre origine dall'instabilità dei moti a scala maggiore e perciò ipotizzò l'esistenza di un processo di *energy cascade* in cui i vortici di dimensioni maggiori si frammentavano in vortici sempre più piccoli fino a giungere a dimensioni talmente limitate da dissipare tutta l'energia cinetica turbolenta disponibile in calore. Per quantificare questi concetti, si immagini di poter disporre di una fotografia spaziale della meteorologia in un dato istante. Se si immagina un'atmosfera omogenea, il coefficiente di correlazione  $R$  spaziale più che dipendere da due punti distinti dello spazio, dipende dalla loro distanza  $r$ . Una misura della distanza entro cui il segnale resta correlato con sé stesso è la *lunghezza integrale di scala*  $L$ , definita come:

$$L = \int_0^{\infty} R(r)/R(0) dr \quad [2.58a]$$

interpretabile come la *lunghezza caratteristica dei vortici dominanti* che trasportano la maggior parte dell'energia cinetica turbolenta e determinano la turbolenza atmosferica. In linea di principio, tale lunghezza di scala è tipica di ogni proprietà del flusso e, in generale, dipende dalla distanza dal suolo, dalla stabilità, e dalla direzione adottata per il suo calcolo.

Se  $E$  è l'energia cinetica turbolenta,  $\varepsilon$  il suo tasso di dissipazione (cioè la variazione nel tempo di  $E$  a causa della viscosità) e  $\nu$  la viscosità cinematica, è possibile ottenere un'importante lunghezza di scala  $\eta$ , detta *microscala di Taylor*, così definita:

$$\eta = (\nu E / \varepsilon)^{1/2} \quad [2.58b]$$

che rappresenta la *dimensione in corrispondenza della quale gli effetti viscosi diventano significativi*. Con  $E$  pari a  $2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $\nu$  pari a  $2.5 \cdot 10^{-5}$  ed  $\varepsilon$  di circa  $3 \cdot 10^{-3}$ ,  $\eta$  vale circa 0.1 m.

Il *PBL* non è mai né omogeneo né isotropo per la presenza del suolo su cui scorrono le masse d'aria, anche se può essere considerato *localmente omogeneo ed isotropo* in piccole sottoregioni abbastanza distanti dal suolo. Misure fatte hanno mostrato come tale ipotesi sia soddisfatta dai vortici di piccole dimensioni che non riescono ad essere influenzati dalla superficie terrestre e presentano le medesime proprietà in ogni direzione. L'omogeneità ed isotropia locale era stata predetta nel 1941 da *Kolmogorov*, che introdusse *due ipotesi*.

La prima ipotesi di Kolmogorov dice che:

*le proprietà medie dei vortici di piccola scala di ogni flusso ad elevato numero di Reynolds sono dissipate unicamente dalla viscosità cinematica del fluido  $\nu$  e dalla dissipazione di energia cinetica turbolenta  $\varepsilon$ .*

Tale ipotesi si applica in un intervallo (*equilibrium range*) determinato dalla disuguaglianza  $L \gg l \gg \mu$ , dove  $l$  è la dimensione tipica del vortice e  $\mu$  è la *microscala di Kolmogorov*:

$$\mu = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4} \quad [2.58c]$$

che definisce la *dimensione dei vortici che dissipano energia a causa della viscosità del fluido*. Nel caso di un *PBL* convettivo,  $\mu$  vale circa 0.001 m.

La seconda ipotesi di Kolmogorov dice che:

*per numeri di Reynolds sufficientemente grandi, esiste un sottointervallo del range di equilibrio in cui le proprietà medie del flusso sono determinate solo dalla dissipazione di energia turbolenta  $\varepsilon$ .*

Tale intervallo, definito dalla disequazione  $L \gg l \gg \eta$ , è noto come *inertial subrange*, poiché è dominato dalle forze inerziali la cui azione porta alla ridistribuzione dell'energia tra i vortici di dimensioni differenti. In questo subrange non c'è dissipazione, ma solo *energy cascade*. Per questa ragione il regime fluidodinamico nell'*inertial subrange* deve essere stazionario ed avere un carattere universale.

La *Fig.2.17* riassume graficamente tutto ciò ed in essa si nota come i vortici convettivi vengano

generati con dimensioni ragguardevoli ed evolvano fino a raggiungere una dimensione pari ad  $L$  (100 metri, per esempio, è un valore tipico). A questo punto la loro dimensione diviene compatibile con l'*inertial subrange* e la loro riduzione dimensionale dipende solo dall'azione della dissipazione di energia cinetica turbolenta. Prima erano asimmetrici ed anisotropi, ora sempre più tendono alla simmetria ed all'isotropia finché, raggiunta la dimensione  $\eta$  (nel caso esempio 0.1 m), sono preda delle forze viscosi. Diminuiscono ancora di dimensione e quando raggiungono una scala dimensionale dell'ordine di  $\mu$  (0.001 m), si dissipano in calore. Lo spettro dimensionale dei vortici di un PBL turbolento copre quindi almeno cinque decenni!

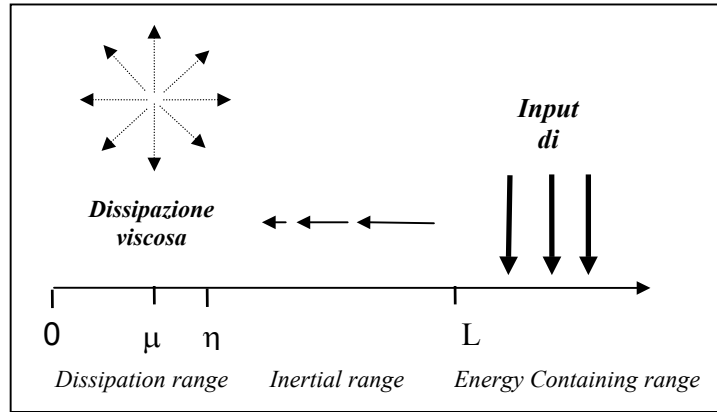


Fig.2.17: distribuzione schematica dell'energia nel PBL.

#### 2.1.3.7 Parametri caratteristici della turbolenza atmosferica

Il parametro che descrive la forzante convettiva del PBL è sicuramente il flusso turbolento di calore sensibile definito come:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'} \quad [2.59a]$$

Il parametro che descrive lo scambio di vapor d'acqua tra il suolo ed il PBL è il Flusso Turbolento di Calore Latente  $H_E$ , dato da:

$$H_E = \lambda \cdot \overline{a'w'} \quad [2.59b]$$

La turbolenza meccanica, derivante dallo *shear* del vento, è parametrizzata dalla *friction velocity*  $u_*$  (velocità di scala dello Strato Superficiale), definita come:

$$u_* = \left[ \overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2 \right]^{0.25} \quad [2.59c]$$

Questi parametri sono necessari e sufficienti per descrivere completamente le forzanti convettiva e meccanica nel SL, tuttavia è consuetudine definire altri parametri caratteristici:

- la temperatura di scala  $T^*$ : essa nasce dalla constatazione che  $H_0$  diviso per  $\rho C_p$  ha le dimensioni di una velocità per una temperatura. Da ciò deriva la definizione della temperatura di scala seguente:



$$T_* = -\overline{w'\theta'}/u_* \quad [2.59d]$$

- l'*umidità di scala*  $q_*$ : tale parametro viene definito nel modo seguente:

$$q_* = -\overline{a'\theta'}/u_* \quad [2.59e]$$

- la *lunghezza di Monin–Obukhov*  $L$ : essa è stata introdotta dai due ricercatori russi per definire una *lunghezza di scala* per il  $SL$ . Essa è definita come:

$$L = -\frac{\overline{T}}{kg} \frac{u_*^3}{\overline{w'\theta'_v}} \quad [2.59f]$$

dove  $T$  è la temperatura media del  $SL$ ,  $g$  è l'accelerazione di gravità e  $k$  è la costante di von Karman (pari a 0.4).  $L$ , in valore assoluto, è la quota in cui si ha il bilancio tra la turbolenza meccanica e la turbolenza termica e quindi tale valore è in pratica dello stesso ordine dell'estensione verticale della  $SL$ . E' interessante osservare come le situazioni convettive presentino valori di  $L$  negativi, mentre le situazioni stabili valori positivi. E' poi immediato vedere come in modulo  $L$  aumenti all'avvicinarsi dell'adiabaticità, tendendo a  $+\infty$  se l'avvicinamento avviene da situazioni stabili e a  $-\infty$  se da situazioni convettive. Questo bizzarro comportamento di  $L$  ne fa un parametro scomodo nella pratica; come si vedrà nel seguito, verrà più spesso utilizzato il parametro  $1/L$  o meglio  $z/L$  con  $z$  la quota di misura.

Riassumendo quanto si è detto, risulta che:

- la velocità di frizione  $u_*$  è sempre positiva, e ciò è la diretta conseguenza del fatto che la turbolenza meccanica è sempre presente e deriva dallo *shear* del vento,
- nelle situazioni convettive,  $H_0 > 0$  e  $L < 0$ ,
- nelle situazioni stabili,  $H_0 < 0$  e  $L > 0$ ,
- nelle situazioni adiabatiche  $H_0 = 0$  e  $|L| = \infty$ .

Quelli sopra elencati sono i parametri caratteristici della turbolenza entro il  $SL$ . Ad essi si devono affiancare altri parametri che completano il quadro della turbolenza dell'intero  $PBL$ .

Nelle situazioni convettive, la *lunghezza di scala dell'intero PBL* è la sua estensione verticale  $z_i$ . Oltre a ciò si definisce anche una *velocità di scala convettiva*  $w_*$ , definita come:

$$w_* = \left( g / \overline{T} \cdot \overline{w'\theta'} \cdot z_i \right)^{1/3} \quad [2.59g]$$

A tale variabile (ovviamente non definibile nelle situazioni stabili e normalmente posta arbitrariamente a zero in tali situazioni) si può attribuire il significato di velocità ascensionale caratteristica degli *eddy* entro il  $ML$ . Questa velocità è normalmente piuttosto rilevante; in effetti se si considera una tipica situazione altamente convettiva caratterizzata da  $T = 300K$ ,  $H_0 = 150 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$  e  $z_i = 1000$ ,  $w_*$  risulta pari a  $2.6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Ciò comporta che un vortice turbolento che si forma al suolo impiega un tempo pari a circa 10 minuti per raggiungere la sommità del  $PBL$ ! Questa considerazione rafforza ulteriormente la scelta di un periodo di mediazione di  $15 \div 60$  minuti per le variabili meteorologiche.

Per quanto riguarda invece il  $PBL$  stabile, la velocità di scala caratteristica è solo la *friction velocity* e come scala spaziale caratteristica può essere considerata solo la sua estensione verticale  $h_m$ .

## 2.2 IL MODELLO DI PBL

Per definire un modello matematico di *PBL* è necessario individuare le relazioni matematiche che descrivono l'evoluzione nello spazio e nel tempo le principali variabili che ne caratterizzano lo stato, cioè la dipendenza della componente longitudinale della velocità del vento  $u$ , della componente trasversale  $v$  e verticale  $w$ , della densità  $\rho$ , della temperatura  $T$ , della pressione  $p$  e dell'umidità specifica dalle coordinate spaziali  $x$ ,  $y$  e  $z$  e dalla coordinata temporale  $t$ . Per conseguire tale obiettivo, è giocoforza utilizzare l'apparato teorico della Fluidodinamica basato:

- sulla legge di *conservazione della quantità di moto*,
- sulla legge di *conservazione della massa*,
- sulla legge di *conservazione dell'energia*,
- sull'*equazione di stato dei gas*,
- sulla legge di *conservazione del vapor d'acqua*

L'impiego di tali leggi e la loro applicazione al caso del *PBL* è finalizzato all'individuazione di relazioni di tipo *prognostico* per ogni variabile fisica descrittrice dello stato di questo sistema fisico. Va ricordato che una relazione tipo prognostico è una *relazione differenziale* tra la variazione temporale di una variabile (per esempio una componente del vento) e la variazione spaziale della stessa variabile e di altre variabili rilevanti. Qui di seguito viene presentato in modo sintetico il modello fluidodinamico del *PBL*, tralasciando la deduzione delle varie relazioni che lo costituiscono. Per una discussione più dettagliata si rimanda a Mateev (1965), Holton (1992), Dutton (1995), Wallace e Hobbs (1977). Riferimenti più specifici alle problematiche del *PBL* sono Arya (1987), Blackadar (1997), Nieuwstadt e van Dop (1982), Stull (1988), Garratt (1992), Sorbjan (1989) e Sozzi e al., (2002).

### 2.2.1 Le equazioni per le variabili istantanee

Da un punto di vista teorico risulta ragionevole iniziare la discussione prendendo come *riferimento* il *valore istantaneo* che le diverse variabili assumono nello spazio e nel tempo. Ciò quindi equivale ad ignorare la natura stocastico/caotica di tali variabili e a focalizzare completamente l'attenzione sulle relazioni fisiche che comunque debbono legarle insieme, nello spazio e nel tempo.

#### 2.2.1.1 L'equazione di continuità

La prima legge fisica considerata è la *conservazione della massa* che, in generale, può essere espressa dalla relazione prognostica seguente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} = 0 \quad [2.60a]$$

Dato che nel *PBL* è ragionevole considerare l'aria del *PBL* come un *fluido incompressibile* in cui le variazioni di densità possono essere considerate trascurabili, l'equazione di continuità si può semplificare come segue:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad [2.60b]$$

Quando si assume valida questa semplificazione (*approssimazione di incompressibilità*), la legge di conservazione della massa non porta ad un'equazione di tipo prognostico, bensì ad un'equazione diagnostica per le componenti del vento (la divergenza del vento deve essere ovunque nulla) condizione che tali componenti dovranno *sempre* rispettare durante la loro evoluzione temporale.

### 2.2.1.2 Le equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni di Navier-Stokes (dal nome di coloro che per primi le hanno derivate) esprimono matematicamente la seconda legge di Newton per la conservazione della quantità di moto. La loro forma generale risulta essere la seguente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial u}{\partial x_j} = f_c v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \quad [2.61a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial v}{\partial x_j} = -f_c u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 v}{\partial x_j^2} \quad [2.61b]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial w}{\partial x_j} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} \quad [2.61c]$$

dove  $\nu = \mu/\rho$  è la viscosità molecolare cinematica,  $g$  è l'accelerazione di gravità e  $f_c$  è il parametro di Coriolis che tiene conto della rotazione terrestre ( $f_c = 1.45 \cdot 10^{-4} \sin \Phi$  ( $s^{-1}$ ) dove  $\Phi$  è la latitudine). Nelle relazioni seguenti si è utilizzata una notazione compatta secondo cui:

- la generica coordinata  $x_i$  è  $x$  se  $i=1$ ,  $y$  se  $i=2$  e  $z$  se  $i=3$ ;
- la generica componente del vento  $u_j$  è  $u$  se  $j=1$ ,  $v$  se  $j=2$  e  $w$  se  $j=3$ .

In queste equazioni ogni termine riveste un significato specifico. Il membro di sinistra è la variazione *lagrangiana* complessiva della componente  $u_i$  della velocità del fluido (del vento quindi), dovuta ai fenomeni descritti dai membri di destra dell'equazione che hanno il significato seguente:

- il primo termine permette alla *gravità* di agire verticalmente;
- il secondo termine descrive l'*influenza della rotazione terrestre* (effetto di *Coriolis*) e, come si vede, tale influenza è limitata alle sole componenti orizzontali;
- il terzo termine descrive le forze legate al *gradiente di pressione*;
- il quarto termine rappresenta l'*influenza dello sforzo viscoso*.

### 2.2.1.3 L'equazione di stato dei gas

Il sistema di quattro equazioni differenziali costituito dall'equazione di continuità e dalle equazioni di Navier-Stokes contiene 5 incognite ( $\rho$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), quindi non è chiuso. D'altro canto, finora sono state considerate solo relazioni fisiche di tipo meccanico, senza tener conto in alcun modo delle leggi della termodinamica. La prima legge termodinamica presa in considerazione è l'equazione di stato di un gas perfetto che abbiamo visto valere anche per il PBL. La sua espressione è la seguente:

$$p = \rho RT \quad [2.62]$$

$p$  è la pressione,  $R$  la costante dei gas ( $R=287 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ ) e  $T$  la temperatura assoluta. Tale relazione varrebbe rigorosamente solo nel caso in cui nella *PBL* fosse assente l'umidità. In sua presenza, come si è visto, l'equazione di stato vale ancora a patto di sostituire  $T_v$  a  $T$ .

#### 2.2.1.4 La prima legge della termodinamica

L'impiego del primo principio della Termodinamica e della legge di conservazione dell'energia ad una particella di aria porta all'equazione prognostica per la temperatura potenziale istantanea:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \nu_{\theta} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho C_p} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j} - \frac{L_p E}{\rho C_p} \quad [2.63]$$

in cui  $\nu_{\theta}$  è la diffusività termica molecolare,  $L_p$  il calore latente associato alla massa  $E$  di vapor d'acqua per unità di volume e di tempo creata dal cambiamento di fase (si veda il paragrafo successivo) e  $Q_j^*$  la componente della radiazione netta nella direzione  $j$ . Il primo termine della relazione precedente rappresenta il tasso di variazione di temperatura potenziale, il secondo l'avvezione. Il terzo termine è la diffusione molecolare, il quarto termine è associato alla divergenza di radiazione, mentre l'ultimo è associato al calore latente liberato durante i cambiamenti di fase.

#### 2.2.1.5 La conservazione dell'umidità

Dato che nella conservazione del calore è presente anche un termine che tiene conto della trasformazione di fase dell'acqua presente nell'aria umida, per chiudere il sistema di equazioni non basta solo la definizione di temperatura potenziale, ma occorre anche la relazione di bilancio dell'acqua in atmosfera.

Pertanto, sia  $q_T$  l'umidità specifica dell'aria, cioè la massa di acqua (in qualsiasi stato fisico) per unità di massa dell'aria umida. La sua conservazione, assumendo valida l'ipotesi di incomprimibilità, può essere scritta nel modo seguente:

$$\frac{\partial q_T}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial q_T}{\partial x_j} = \nu_q \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 q_T}{\partial x_j^2} + \frac{S_{q_T}}{\rho_{aria}} \quad [2.64]$$

dove  $\nu_q$  è la diffusività molecolare del vapore d'acqua in aria ed  $S_{q_T}$  è il termine netto di sorgente.

#### 2.2.1.6 La conservazione di una quantità scalare

La conservazione di una quantità scalare, come per esempio la concentrazione in aria di una specie chimica, si ottiene allo stesso modo in cui si è ricavata l'equazione di continuità. Definendo  $c$  la concentrazione di una quantità scalare, l'equazione che ne esprime la conservazione è la seguente:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} = \nu_c \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 c}{\partial x_j^2} + S \quad [2.65]$$

dove  $\nu_c$  è la diffusività molecolare di  $c$  e  $S$  è la somma dei processi non rappresentati

esplicitamente nell'equazione, come ad esempio le reazioni chimiche. In  $S$ , a rigore, sarebbero contenuti anche gli effetti dell'interazione tra la presenza della specie chimica considerata ed i parametri meteorologici determinando un accoppiamento molto stretto tra parametri chimici e parametri meteorologici. Questi fenomeni non sono la normalità e quindi spesso è possibile trascurarne l'effetto sulla meteorologia del *PBL*. Va rilevato che la (2.65) costituisce il punto di partenza logico di ogni modello matematico dedicato alla descrizione della dispersione degli inquinanti in aria. Da essa si nota come l'evoluzione spazio-temporale della concentrazione di uno scalare non sia indipendente, in linea di principio, dall'evoluzione spazio-temporale delle variabili micrometeorologiche.

### 2.2.1.7 Osservazioni

Il sistema di equazioni differenziali individuato costituisce un sistema chiuso, essendo costituito da sei equazioni differenziali nelle sei variabili ( $\rho, u, v, w, p, \theta, q$ ). Si stanno considerando, però, delle variabili istantanee e le equazioni individuate ci dicono semplicemente che per esse valgono le leggi di conservazione della Fluidodinamica. In teoria, un sistema di equazioni differenziali chiuso, una volta definite opportune condizioni iniziali ed al contorno, dovrebbe essere risolubile, ma finora non è nota alcuna soluzione analitica di questo sistema in situazioni reali. Se si abbandonasse l'idea di una risoluzione analitica e si propendesse per una soluzione numerica, la difficoltà non diminuirebbe. In effetti vale la pena di sottolineare una circostanza importante. Si immagini pure di possedere le tecniche di risoluzione numerica per questo sistema di equazioni: esiste un uomo (o più uomini) in grado di dire con certezza quali siano le condizioni iniziali ed al contorno di un sistema così complesso, che si presenta all'osservazione con marcati tratti stocastici? Si tratterebbe di dare, per esempio, ad un dato istante iniziale i campi *istantanei certi* delle diverse variabili di interesse in un dominio spaziale reale. La non linearità di tanti termini presenti nelle equazioni di bilancio fa sospettare che piccoli errori nella determinazione delle condizioni iniziali ed al contorno possano avere effetti drammatici sui risultati ottenibili dall'integrazione del sistema. In effetti il comportamento *caotico* delle equazioni di bilancio è stato ampiamente evidenziato nelle sperimentazioni numeriche (Sorbjan, 1989). Pur supponendo di poter superare queste difficoltà, la risoluzione di tale sistema è proibitiva anche da un punto di vista numerico, infatti la difficoltà sta nel fatto che risolvere in maniera corretta tale sistema di equazioni differenziali significa *risolvere* (cioè descrivere esplicitamente) tutte le scale spazio-temporali caratteristiche della turbolenza del *PBL*. Ricordando che lo spettro tipico della turbolenza si estende per oltre cinque decenni, è immediato constatare quanto questo problema sia ben al di là delle attuali capacità degli strumenti di calcolo disponibili. Pertanto il modello istantaneo, pur avendo il pregio teorico di descrivere in modo naturale, esauriente e corretto l'evoluzione spazio-temporale del *PBL*, risulta totalmente inapplicabile allo stato attuale della tecnologia.

### 2.2.2 Le equazioni per le variabili medie

Invece di considerare le variabili istantanee, si adotti la visione stocastica illustrata in precedenza, secondo cui le variabili che definiscono l'evoluzione spazio-temporale del *PBL* sono *variabili stocastiche* definibili mediante gli infiniti momenti centrali. A questo punto il ruolo della Fluidodinamica è quello di definire dei *vincoli* che devono rispettare le variazioni spazio-temporali delle differenti variabili. Come si è visto, la piramide dei momenti ha come vertice la media su cui si fonda qualsiasi definizione di momento centrale, ma il termine media non è un termine univoco e già si è visto come la scelta naturale (dal punto di vista teorico) della *media di insieme* non sia in pratica applicabile. Da qui la necessità di adottare una definizione di media più vicina alle possibilità sperimentali e la *media temporale* pare attualmente la scelta più

adeguata. L'adozione di una visione stocastica del fenomeno non è senza inconvenienti. Infatti alla difficoltà di dover dare condizioni iniziali e al contorno per le variabili istantanee e a risolvere vortici le cui dimensioni si estendono su cinque decadi (difficoltà della *visione istantanea*), si contrappone l'impresa ancor più ardua di scrivere infinite equazioni di bilancio per gli infiniti momenti che descrivono il *PBL*. L'intuizione ci dice che le varie distribuzioni di probabilità probabilmente potranno essere descritte in maniera soddisfacente con un numero ridotto di momenti.

Ciò premesso, rivisitiamo ora le relazioni di bilancio alla luce di queste considerazioni con l'obiettivo di costruire un *nuovo* modello matematico del *PBL* riferito non tanto alle variabili istantanee, quanto piuttosto alla previsione dell'evoluzione media delle stesse ed eventualmente dei principali momenti di interesse. Per prima cosa è opportuno formulare dettagliatamente l'ipotesi proposta nel 1895 da Reynolds, secondo cui:

$$\begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} + \rho' & u &= \bar{u} + u' & v &= \bar{v} + v' & w &= \bar{w} + w' \\ p &= \bar{p} + p' & \theta &= \bar{\theta} + \theta' & q &= \bar{q} + q' \end{aligned} \quad [2.66a]$$

Prima di procedere, è interessante calcolare il valor medio del prodotto di due variabili istantanee  $A$  e  $B$ . In pratica si ha che:

$$\begin{aligned} \overline{(A \cdot B)} &= \overline{(\bar{A} + a') \cdot (\bar{B} + b')} = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A}b' + a'\bar{B} + a'b'} \\ &= \overline{(\bar{A} \cdot \bar{B})} + \overline{(\bar{A}b')} + \overline{(a'\bar{B})} + \overline{(a'b')} \\ &= \bar{A} \cdot \bar{B} + 0 + 0 + \overline{a'b'} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \overline{a'b'} \end{aligned} \quad [2.66b]$$

La covarianza  $\overline{a'b'}$  tra le due variabili, non è necessariamente nulla: la principale differenza tra le equazioni per le variabili istantanee e quelle per le variabili medie sta proprio nella presenza in queste ultime dei momenti di secondo ordine del tipo  $\overline{u'_i u'_j}$  (*Reynolds stress*) o  $\overline{u'_i \theta'}$  (*flusso di calore turbolento*), che non possono essere trascurati.

#### 2.2.2.1 L'equazione di stato

Utilizzando l'ipotesi di Reynolds e le proprietà della media d'insieme, dall'equazione di stato espressa in forma istantanea è semplice ottenere la relazione seguente:

$$\bar{p}/R = \bar{\rho} \cdot \bar{T}_v \quad [2.67]$$

che mette in relazione il valor medio della pressione con il valor medio della densità e della temperatura virtuale dell'aria.

#### 2.2.2.2 L'equazione di continuità

Per semplicità, con l'equazione di continuità nella forma incomprimibile, l'impiego dell'ipotesi di Reynolds e delle proprietà della media comporta che:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad [2.68]$$

Quanto ottenuto sta a significare che, in questo caso, la forma matematica con cui si presenta

l'equazione di continuità scritta per le variabili medie è del tutto identica all'analoga equazione scritta per le variabili istantanee; ciò è ovviamente vero *solo* se si assume valida l'ipotesi di incomprimibilità. In questo caso, inoltre, è interessante notare come l'equazione di continuità rappresenti anche una *relazione diagnostica* per le componenti medie del vento.

### 2.2.2.3 La conservazione della quantità di moto

Dalle equazioni prognostiche per le componenti istantanee  $u$  e  $v$ , una volta trascurati i termini dipendenti dalla viscosità del tutto irrilevanti nel *PBL*, è possibile ottenere le seguenti relazioni:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = f_c \bar{v} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial (\bar{u}'_i \bar{u}'_j)}{\partial x_j} \quad [2.69a]$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} = -f_c \bar{u} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial (\bar{u}'_i \bar{v}'_j)}{\partial x_j} \quad [2.69b]$$

In esse, accanto ai valori medi delle componenti orizzontali del vento, sono comparsi anche gli elementi della matrice di varianza-covarianza delle tre componenti del vento stesso (cioè i flussi di quantità di moto), cosa che costituisce una novità importante. In queste relazioni:

- il primo termine rappresenta il guadagno di quantità di moto media;
- il secondo descrive l'avvezione della quantità di moto media causata dal vento medio;
- il terzo termine permette alla gravità di agire verticalmente;
- il quarto termine descrive l'influenza della rotazione terrestre (effetto di Coriolis);
- il quinto termine descrive l'effetto delle forze legate al gradiente di pressione medio;
- il sesto termine rappresenta l'influenza del Reynolds stress sul movimento medio. Può anche essere visto come la divergenza del flusso turbolento di quantità di moto.

La presenza di quest'ultimo termine implica che la *turbolenza deve sempre essere considerata*, anche quando si è interessati solo alle variabili medie, essendo questo termine dello stesso ordine di grandezza (a volte anche maggiore) di molti altri termini presenti nell'equazione. La cosa non è imprevedibile e ci sottolinea il fatto che il valore medio di una componente del vento non dipende solo dal valore medio delle altre, ma anche dalla loro covarianza.

La componente  $\bar{w}$ , normalmente indicata col termine *subsidenza*, in un *PBL* non interessato da fenomeni meteorologici particolarmente violenti è molto piccola, soprattutto se confrontata con le fluttuazioni  $w'$ . E' consuetudine trascurare tale componente media, ragion per cui sparirà dal modello del *PBL* l'intera equazione prognostica ad essa relativa.

Ritornando alle equazioni relative alle componenti orizzontali, è consueto introdurre le componenti del vento geostrofico  $\bar{u}_g$  e  $\bar{v}_g$  definite come:

$$f_c \bar{u}_g = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad f_c \bar{v}_g = +\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad [2.69c]$$

In conclusione, dall'applicazione dell'operatore media alle relazioni di conservazione della quantità di moto, dopo l'adozione di alcune semplificazioni compatibili con le caratteristiche tipiche del *PBL*, quello che si ottiene sono le relazioni seguenti:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = -f_c \cdot (\bar{v}_g - \bar{v}) - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j u'}}{\partial x_j} \quad [2.69d]$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} = +f_c \cdot (\bar{u}_g - \bar{u}) - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j v'}}{\partial x_j} \quad [2.69e]$$

E' importante sottolineare ancora una volta che l'applicazione dell'operatore media alle equazioni del bilancio della quantità di moto ha generato equazioni prognostiche per i valori medi delle componenti orizzontali del vento in cui sono presenti anche i momenti secondi centrali (varianze e covarianze).

#### 2.2.2.4 La conservazione del calore

Consideriamo ora la relazione che rappresenta, in termini istantanei, la legge di conservazione del calore. L'impiego dell'ipotesi di Reynolds porta immediatamente alla relazione prognostica per la temperatura potenziale virtuale media:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho C_p} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \bar{Q}_j^*}{\partial x_j} - \frac{L_v E}{\rho C_p} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial (\overline{u'_j \theta'})}{\partial x_j} \quad [2.70]$$

dove, anche in questo caso, si è trascurato il termine viscoso. Si può notare che:

- il primo termine rappresenta il guadagno di calore medio;
- il secondo termine descrive l'avvezione del calore medio a causa del vento medio;
- il terzo termine è la sorgente di radiazione netta associata alla divergenza di radiazione;
- il quarto termine è la sorgente di radiazione associata al rilascio di calore latente;
- il quinto termine rappresenta la divergenza del flusso turbolento di calore.

Anche il bilancio di calore ripropone la situazione vista nella conservazione della quantità di moto, solo che in questo caso la relazione ottenuta sottolinea il fatto che vento e temperatura non sono affatto disaccoppiati, anzi sono strettamente legati dalle covarianze componente del vento-temperatura, cioè dai flussi di calore sensibile, presenti nell'ultimo termine.

#### 2.2.2.5 La conservazione dell'umidità

Se si opera in modo analogo sull'equazione del bilancio di umidità specifica totale, trascurando ancora una volta il termine viscoso, si giunge alla relazione prognostica seguente:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} = \frac{S_{q_T}}{\rho_{aria}} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j q'}}{\partial x_j} \quad [2.71]$$

dove :

- il primo termine rappresenta la variazione temporale di umidità totale media;
- il secondo termine descrive l'avvezione di umidità totale media a causa del vento medio;
- il terzo termine è il termine netto di sorgente per l'umidità totale media;
- il quarto termine rappresenta la divergenza della umidità totale media.



L'equazione precedente afferma un concetto estremamente interessante: la presenza di vapore d'acqua in atmosfera è influenzata ed influenza a sua volta le altre variabili meteorologiche con un effetto di *controreazione* non facilmente immaginabile. La mutua interazione è rappresentata dalle covarianze tra l'umidità specifica e le componenti del vento, cioè dai flussi di umidità.

#### 2.2.2.6 La conservazione di uno scalare

Per la conservazione di ogni specie chimica presente vale la relativa legge di conservazione in termini istantanei. L'introduzione dell'ipotesi di Reynolds e l'applicazione dell'operatore media conducono ad un'equazione prognostica per la concentrazione media  $\bar{c}$  che, una volta trascurato il termine viscoso, diventa:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} = S_c - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j c'}}{\partial x_j} \quad [2.72]$$

dove  $S_c$  rappresenta collettivamente i termini di sorgente (emissioni, processi chimici e chimico-fisici). La (2.72) è veramente il punto di partenza effettivo per ogni modello (di tipo euleriano) per la dispersione degli inquinanti in aria e da essa è immediatamente visibile il fatto che, per poter essere utilizzata, richiede sia la conoscenza dei campi meteorologici medi che del campo dei flussi turbolenti. Questa è la dimostrazione più evidente di quanto sia importante la micrometeorologia nello studio della dispersione degli inquinanti entro il *PBL*.

#### 2.2.2.7 Riepilogo delle relazioni ottenute

L'impiego della legge dei gas e delle leggi di conservazione (massa, quantità di moto, calore, umidità), l'adozione delle ipotesi di Reynolds e l'applicazione dell'operatore media, hanno condotto, dopo alcuni ragionevoli semplificazioni, al modello prognostico seguente:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = -f_c (\bar{v}_g - \bar{v}) - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u' u'_j}}{\partial x_j} \quad [2.73a]$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} = +f_c (\bar{u}_g - \bar{u}) - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u' u'_j}}{\partial x_j} \quad [2.73b]$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho C_p} \cdot \left( L_v E + \frac{\partial \bar{Q}_3^*}{\partial z} \right) - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_j} \quad [2.73c]$$

$$\frac{\partial \bar{q}_T}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{q}_T}{\partial x_j} = \frac{S_{q_T}}{\rho} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \overline{u'_j q'_T}}{\partial x_j} \quad [2.73d]$$

$$\frac{\bar{p}}{R} = \bar{\rho} \cdot \bar{T}_v \quad [2.73e]$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad [2.73f]$$

Non è difficile accorgersi che questo sistema di equazioni non è un sistema chiuso, dato che il numero di equazioni è inferiore al numero di variabili presenti.

### 2.2.3 Le equazioni per i Momenti del Secondo Ordine

Nelle equazioni prognostiche delle variabili medie compaiono i momenti del secondo ordine che non sono noti a priori e, in generale, non sono nemmeno trascurabili. Anche per essi è possibile ricavare delle equazioni prognostiche che si derivano (operazione algebrica semplice, ma estremamente laboriosa) dalle equazioni di conservazione per le variabili istantanee e dall'introduzione dell'ipotesi di Reynolds. Se queste nuove equazioni non contenessero ulteriori incognite, il sistema risulterebbe chiuso. Sfortunatamente si dimostra che in esse sono presenti i momenti del terzo ordine, innestando quindi un processo degenerativo secondo cui più elevato è il grado del momento considerato, maggiore è il numero di nuove incognite coinvolte, tutte costituite da momenti di ordine superiore al momento desiderato. Questo è il ben noto *problema della chiusura* che per primi misero in evidenza Keller e Friedmann nel 1924 e che porta alla conclusione che *il sistema di equazioni fluidodinamiche descrittive del PBL non può essere mai chiuso* congruentemente con la visione stocastica del PBL. Ciò non significa che tale apparato matematico non possa portare ad un modello operativo per la previsione dell'evoluzione spazio-temporale del PBL. Per ulteriori dettagli si rimanda a Stull (1989) e Sorbjan (1989).

### 2.2.4 Il Problema della Chiusura

Sono stati presentati due modi per descrivere matematicamente l'evoluzione spazio-temporale del PBL, entrambi basati sulle equazioni della fluidodinamica: il primo riferito ai valori istantanei delle variabili meteorologiche, il secondo ai momenti centrali delle stesse. Il risultato ottenuto è che mentre il primo metodo risulta costituito da un insieme chiuso di equazioni tra le variabili istantanee, il secondo invece, che utilizza variabili meteorologiche medie, non lo è. Tuttavia, l'unico metodo che si può ragionevolmente pensare di impiegare nelle applicazioni pratiche è l'integrazione numerica delle equazioni differenziali relative alle variabili meteorologiche medie, anche se all'apparenza non è chiaro come fare. Per renderlo *trattabile*, l'approccio seguito è quello di *considerare un numero limitato di equazioni prognostiche* (in generale solo quelle che descrivono le variabili medie) ed *approssimare le rimanenti incognite* (i momenti di ordine superiore) con relazioni di fatto semiempiriche basate sulla conoscenza delle variabili di cui sono considerate le relative relazioni prognostiche. *Questa operazione è chiamata la chiusura del sistema di equazioni fluidodinamiche*. A questo punto è doveroso fare alcune considerazioni. Le equazioni sono state scritte ipotizzando come media la media di insieme, tuttavia è evidente che dal punto di vista pratico tale media non può essere presa in considerazione. I modelli normalmente impiegati adottano invece come media la media temporale ed ipotizzano che i processi meteorologici siano *processi ergodici*.

L'elemento principale che caratterizza i diversi modelli matematici di PBL è il tipo di chiusura, cioè il modo con cui vengono parametrizzate le variabili meteorologiche in esubero, responsabili della non chiusura del modello. Inizialmente si prenderà in considerazione la *chiusura di tipo locale*, secondo cui ogni singola variabile in esubero (in genere un flusso turbolento o comunque un momento di ordine superiore) viene espressa con relazioni semiempiriche basate su variabili non in esubero *relative allo stesso punto spazio-temporale*. Questo modo di procedere è molto naturale ma non sempre porta a simulazioni fisicamente corrette, specialmente nelle situazioni convettive. Successivamente, verrà illustrata brevemente una famiglia di metodi differenti di chiusura, la *chiusura non locale*, che cerca di tener conto dell'enorme scala spettrale che caratterizza i vortici turbolenti del PBL. Si abbandona quindi l'ipotesi che un momento di ordine superiore sia descrivibile in un punto dello spazio-tempo sulla base del valore assunto delle variabili non in esubero sempre nel medesimo punto dello spazio. La presenza dei vortici turbolenti di così grandi dimensioni, soprattutto nelle situazioni convettive, determina contributi in un punto che provengono da gran parte del PBL stesso. Qui

viene fatta una trattazione molto sintetica; per maggiori dettagli si rimanda a Sozzi e al. (2002).

### 2.2.4.1 Chiusura Locale

#### 2.2.4.1.1 Chiusura locale del primo ordine

Per modello con *chiusura del primo ordine* (o di *tipo K*) si intende un modello di *PBL* basato sulle sole equazioni prognostiche relative alle variabili medie, in cui i momenti del secondo ordine (gli unici presenti direttamente) vengono parametrizzati impiegando i *gradienti locali* delle variabili medie stesse. Più precisamente, in analogia con la legge di Fourier, viene *postulata una relazione diretta e lineare tra i flussi ed i gradienti delle variabili medie*. In particolare, se consideriamo *gli sforzi di Reynolds*, questo modo di procedere ipotizza che siano valide le relazioni seguenti:

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad \overline{v'w'} = -K_m \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad [2.74a]$$

dove  $K_m$  è il *coefficiente di diffusività turbolenta per la quantità di moto*. Analoghe ipotesi vengono fatte per il flusso turbolento di calore e di umidità, espressi dalle seguenti relazioni:

$$\overline{w'g_v'} = -K_h \frac{\partial \bar{g}_v}{\partial z} \quad \overline{w'q'} = -K_q \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \quad [2.74b]$$

dove  $K_h$ ,  $K_q$  sono rispettivamente la diffusività termica turbolenta e la diffusività del vapore d'acqua. *A differenza del caso molecolare, la diffusività turbolenta non è una proprietà del fluido ma del suo stato di moto e può essere funzione di varie grandezze, posizione e velocità del fluido comprese*. Le sperimentazioni numeriche fatte ed alcune considerazioni teoriche portano ad affermare che questo tipo di chiusura è ragionevolmente realistico nelle situazioni stabili e neutre, in cui la scala dei meccanismi di diffusione risulta inferiore alla scala del moto medio. Nelle situazioni convettive, invece, la lunghezza di scala dei vortici dominanti è molto maggiore di quella dei moti medi e ciò rende praticamente inutilizzabile questo tipo di chiusura. Molte sono state le relazioni proposte per i differenti coefficienti di diffusività, tutte di natura prevalentemente semiempirica. Per quanto riguarda  $K_m$ , una delle formulazioni più note e più usate è la seguente:

- situazioni stabili (Brost e Wyngaard, 1978)

$$K_m(z) = ku_* z \cdot (1 - z/h)^{1.5} / (1 + 4.7z/L) \quad [2.75a]$$

dove  $h$  è l'altezza del *PBL* stabile.

- situazioni convettive (Moeng e Wyngaard, 1984)

$$K_m(z) = 2.5w_* z_i (1 - z/z_i)(z/z_i)^{1.5} \quad [2.75b]$$

Per quanto riguarda la *diffusività turbolenta per il calore*, poco è noto. Normalmente si pone:

$$K_h = K_m / \alpha_\theta \quad [2.75c]$$

dove  $\alpha_\theta$  dipende da quota e stabilità. Sperimentali si è visto che  $\alpha_\theta$  vale circa 0.74 nel *SL* neutro e stabile, mentre tale valore decresce con l'aumentare della convettività. Data la scarsità di dati sperimentali relativi all'umidità, nelle applicazioni si assume operativamente che  $K_q = K_h$ . Se si analizzano queste relazioni, sorgono immediate alcune considerazioni. Innanzi tutto si vede che  $K_m$  cresce nel *SL* fino a raggiungere un massimo nella parte centrale del *PBL*, per poi decrescere ed annullarsi alla sua sommità, comportamento del tutto generale e confermato dai dati sperimentali. Inoltre, non è difficile rendersi conto che i valori assunti da  $K_m$  sono piccoli (dell'ordine di 1) per le situazioni stabili, un poco superiori (dell'ordine di 10) per le situazioni neutre e molto elevati (dell'ordine delle centinaia) per le situazioni convettive. L'altra considerazione, forse più importante, è che il valore di  $K_m$  dipende a questo punto solo dalla conoscenza di parametri come  $u_*$ ,  $L$ ,  $H_0$  (flusso turbolento di calore sensibile al suolo) e  $z_i$  che possono essere *misurati realmente* e quindi si vede come l'adozione di una chiusura  $K$  effettivamente porti ad un modello realmente utilizzabile.

La chiusura di tipo  $K$ , pur avendo avuto nel passato una notevole popolarità, risulta essere soddisfacente solo in condizioni adiabatiche o stabili, mentre, così come è formulata, non fornisce risultati attendibili durante le situazioni convettive. Un modo per migliorare la loro rappresentatività in queste situazioni è quello di usare per la chiusura del flusso turbolento di calore una relazione del tipo:

$$\overline{w'\theta'} = -K_h \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} - \gamma_\theta \right) \quad [2.76]$$

dove  $\gamma_\theta$  è detto *controgradiente*. Con valori di  $\gamma_\theta \approx 0.0007$  (K/m) sono stati ottenuti risultati molto più realistici.

La notevole e in larga misura immeritata popolarità della chiusura di tipo  $K$  deriva anche dal fatto che si presta ad alcune istruttive considerazioni analitiche. Applicando infatti la semplice chiusura  $K$  alle equazioni di moto in forma stazionaria si ha:

$$\frac{d}{dz} K_m \left( \frac{d\bar{u}}{dz} \right) + f(\bar{v} - \bar{v}_g) = 0 \quad [2.77a]$$

$$\frac{d}{dz} K_m \left( \frac{d\bar{v}}{dz} \right) - f(\bar{u} - \bar{u}_g) = 0 \quad [2.77b]$$

Se si ipotizza  $K_m$ ,  $u_g$  e  $v_g$  costanti con la quota, si ottiene la seguente soluzione analitica:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{u}_g - e^{-az} \left( \bar{u}_g \cos(az) + \bar{v}_g \sin(az) \right) \\ \bar{v} &= \bar{v}_g - e^{-az} \left( \bar{v}_g \cos(az) - \bar{u}_g \sin(az) \right) \end{aligned} \quad [2.77c]$$

oppure

$$\begin{aligned} \bar{u} &= G(1 - e^{-az} \cos(az)) \\ \bar{v} &= G e^{-az} \sin(az) \end{aligned} \quad [2.77d]$$

dove con  $G$  si è indicato il modulo del vento geostrofico. E' tipico usare queste relazioni per realizzare dei grafici aventi sull'asse  $x$  il rapporto  $U/G$  e sull'asse  $y$  il rapporto  $\bar{u}/G$  e collegando tutti i punti relativi alle quote crescenti. Il risultato è una linea a spirale che indica la progressiva rotazione della direzione del vento con la quota (*Spirale di Ekman*). In Fig.2.18 è presentato un

esempio di *spirale di Ekman* ottenuta usando il per  $a$  valore 0.001.

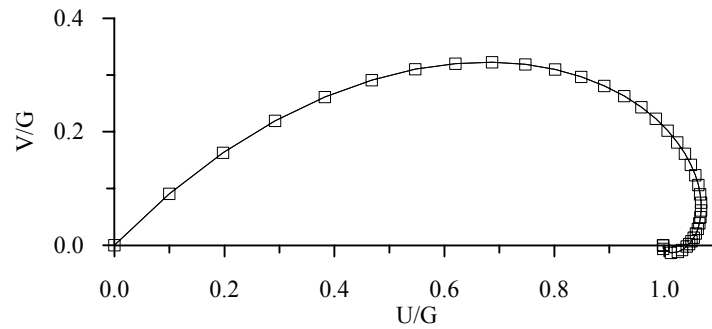


Fig.2.18: esempio di spirale di Ekman

#### 2.2.4.1.2 Chiusura locale del secondo ordine

L'esagerata aggregazione con cui sono presenti in un modello con chiusura di tipo  $K$  le informazioni relative alla turbolenza atmosferica è senza dubbio la ragione del loro fallimento nella descrizione di situazioni convettive. Per evitare ciò, senza tuttavia complicare oltre misura il modello stesso, è stato proposto un metodo di chiusura che affianca alle equazioni relative alle variabili meteorologiche medie alcune delle equazioni prognostiche dei momenti del secondo ordine. Due sono le filosofie normalmente adottate. La prima utilizza come equazioni aggiuntive quella per l'energia cinetica turbolenta e quella per la varianza della temperatura potenziale virtuale. Quest'ultima può subire vari livelli di semplificazione, dando luogo a differenti schemi di chiusura. Tutti questi schemi sono noti collettivamente come *chiusura di Mellor-Yamada*. La seconda filosofia, invece, considera come equazioni aggiuntive quella dell'energia cinetica turbolenta e quella del tasso di dissipazione della stessa. Normalmente tale tipo di chiusura è indicata col nome di *chiusura  $k-\epsilon$* . In questa sede è impossibile trattare tale argomento data la sua notevole complessità. Per ulteriori dettagli si rimanda a Sozzi e al. (2002).

#### 2.2.4.2 Chiusura non locale

La chiusura non locale è basata sul concetto che tutti i vortici turbolenti possono trasportare porzioni di fluido per distanze finite e quindi *che la turbolenza ha prevalentemente una natura avveztiva*, come emerge dai dati sperimentali in campo (pochi) e dalle simulazioni fisiche realizzate in laboratorio da Willis, Deardorff (1974, 1976, 1978, 1981). Qui di seguito si illustrerà sinteticamente questo tipo di chiusura. Per ulteriori dettagli si rimanda a Stull (1993).

Si consideri l'equazione di conservazione di una variabile meteorologica  $S$  (uno scalare o una componente della quantità di moto). Per la sua componente media vale la relazione prognostica:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \overline{u'_j S'}}{\partial x_j} + \dots + \dots \quad [2.78]$$

in cui il primo termine di sinistra rappresenta la variazione nel tempo, il secondo di sinistra l'avvezione dovuta al vento medio ed il primo di destra la divergenza del flusso turbolento, che deriva dal termine avveztivo e dall'ipotesi di Reynolds. Mentre la chiusura locale del primo ordine, di fatto, tenta di parametrizzare la divergenza del flusso turbolento in modo diffusivo, assimilandolo quindi alla diffusione molecolare, la chiusura non locale tenta una parametrizzazione prevalentemente *avveztiva*. Per fare ciò, si consideri (Fig.2.19) una colonna

verticale di aria, suddivisa in un numero  $N$  di celle e l'intervallo temporale  $\Delta t$  tra il tempo  $t$  ed il tempo  $t+\Delta t$ . Sia  $C_{ij}(t, \Delta t)$  la frazione di aria in arrivo alla cella  $i$  e proveniente dalla cella  $j$  in questo intervallo di tempo. La matrice  $C(t, \Delta t)$  di tutti gli elementi  $C_{ij}$  è chiamata *Transient Matrix (TM)*. Ogni elemento diagonale ( $C_{ii}$ ) rappresenta la frazione di aria nella cella  $i$  che non contribuisce a scambi di aria con le altre celle. Se uno di questi coefficienti ha valore 1, allora non c'è scambio turbolento tra una cella e le altre e ciò significa che i vortici turbolenti presenti nella colonna d'aria sono di dimensione inferiore alle dimensioni della cella e quindi non possono essere *risolti* dalla griglia adottata. Si consideri come istante iniziale un generico istante  $t$ . Nell'intervallo  $\Delta t$  successivo, lo stato  $\bar{S}_i$  di una cella è alterato a causa dell'arrivo di aria proveniente da altre celle della colonna che trasmettono l'informazione delle forzanti del *PBL* localizzate al suolo (e non solo, se la variabile  $S$  rappresenta la concentrazione di un inquinante). In generale si avrà che:

$$\bar{S}_i(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^N C_{ij}(t, \Delta t) \cdot \bar{S}_j(t) \quad [2.79a]$$

L'aria trasferita da una cella all'altra, porta con sé le caratteristiche originarie (calore, umidità, quantità di moto, concentrazione di inquinante), quindi la *TM* può essere usata per descrivere tutte le variabili di stato. Man mano che il tempo si incrementa, la *TM* cambia per i continui scambi di aria. Per soddisfare il principio di conservazione della massa è però necessario che:

$$\sum_{j=1}^N C_{ij} = 1 \quad \sum_{i=1}^N C_{ij} = 1 \quad [2.79b]$$

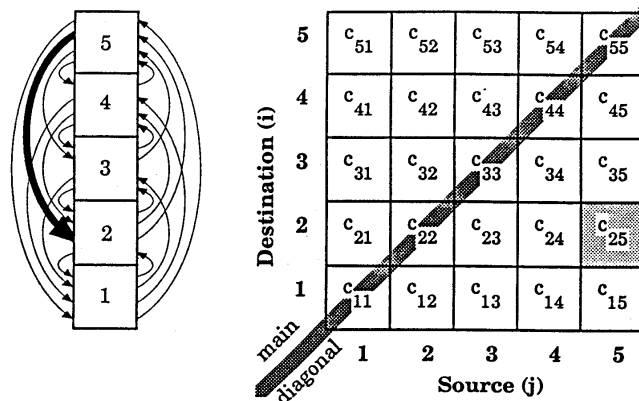


Fig.2.19: schematizzazione del modello di chiusura non locale di Stull (1991)

La somma di ogni riga è pari a 1, perché il 100% dell'aria in ogni cella deve arrivare da qualche parte. La somma di ogni colonna deve essere 1, dato che da qualche parte dovrà pur andare l'aria contenuta nella cella. Non vi sono quindi sorgenti o pozzi. Perché gli elementi della *TM* siano realistici fisicamente è necessario che non siano negativi e che ogni elemento  $C_{ij}$  non sia superiore a 1. Il problema da risolvere è l'individuazione degli elementi di questa matrice una volta noti ad un istante  $t$  i profili verticali delle principali variabili meteorologiche medie e conoscendo i flussi turbolenti che si instaurano alla superficie tra  $t$  e  $t+\Delta t$ . A tale scopo è stato proposto un metodo che opera come segue:

- si destabilizzano i profili verticali a causa delle forzanti (flussi) al suolo, che agiscono mutando le caratteristiche medie della cella inferiore della colonna d'aria verticale. Questo mutamento allontana il sistema dal preesistente stato di equilibrio;

- il sistema così perturbato modifica anche la propria energia cinetica turbolenta e quindi anche il valore di un opportuno potenziale da essa derivato. A tale alterazione il sistema reagisce cercando un nuovo punto di equilibrio. Da questo ritorno ad una situazione di stabilità si deduce quantitativamente la *TM*.

Si supponga che ad un certo istante arrivi alla superficie terrestre del calore di provenienza solare che riscalda il suolo e determina un allontanamento del sistema dallo stato di equilibrio raggiunto in precedenza. In risposta a ciò si svilupperà una circolazione turbolenta che muoverà dell'aria calda verso l'alto. Una volta che tale aria calda sarà salita agli strati alti del *PBL*, il sistema raggiungerà l'equilibrio e la circolazione turbolenta cesserà. In pratica, in ogni *time step* ha origine un processo destabilizzante in cui agiscono le forzanti attive costituite sia dai flussi turbolenti sia dalle altre forzanti di contorno (forzanti dinamiche) rappresentate nelle equazioni fluidodinamiche da tutti i termini esclusi quelli di diffusione turbolenta, col risultato di alterare i profili verticali di temperatura e di velocità del vento. Se tali variazioni sono sufficienti, si verrà a generare della turbolenza come risposta a tale perturbazione. Subito dopo ha luogo il secondo processo che comporta un rimescolamento verticale dell'atmosfera e quindi una parziale soppressione della turbolenza con riduzione dei gradienti. Una descrizione dettagliata dello schema di chiusura non locale è oltre gli scopi di questo lavoro. Maggiori dettagli su questo e su altri schemi di chiusura non locale si possono trovare in Sozzi e al. (2002).

## 2.3 ANALISI ENERGETICA DEL PBL.

Dal punto di vista energetico, il *PBL* è un'enorme macchina termica il cui combustibile è la radiazione solare. Per comprendere i complessi scambi energetici che in esso hanno luogo, è necessario studiare con i singoli termini che concorrono a definirne il *bilancio energetico*.

### 2.3.1 La Radiazione ad Onda corta (Solare)

#### 2.3.1.1 La propagazione radiativa di energia

Il fatto che ogni corpo a temperatura superiore a 0K emetta energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e che tale energia possa trasmettersi attraverso il vuoto, fa del trasferimento radiativo il meccanismo di scambio energetico principale per il *PBL*. Un'onda elettromagnetica consiste nella variazione dell'intensità di un campo elettrico e di un campo magnetico tra loro ortogonali ed è caratterizzata da una *velocità di propagazione*  $C_0(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$  pari alla velocità della luce ( $3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), da una *frequenza*  $\nu$  ( $\text{Hz} = \text{cicli}\cdot\text{s}^{-1}$ ) e da una *lunghezza d'onda*  $\lambda$  ( $\text{m}\cdot\text{ciclo}^{-1}$ ) legata alle due variabili precedenti della relazione  $\lambda \cdot \nu = C_0$ . L'intero campo delle frequenze (o che è lo stesso delle lunghezze d'onda) prende il nome di *spettro*, mentre si definisce *banda* un suo intervallo che presenti caratteristiche particolari. Normalmente, lo spettro della radiazione elettromagnetica si ripartisce nel modo indicato in Tab.2.2, mentre in Tab.2.3 si analizza più in dettaglio la *banda del visibile*, cioè quella della radiazione percepita dall'occhio umano, associando tipiche lunghezze d'onda ai colori principali.

Per quantificare l'energia elettromagnetica emessa da un corpo caldo è conveniente rifarsi ad un oggetto un po' particolare e molto ideale, chiamato *corpo nero*, in pratica un oggetto che emette la massima radiazione possibile compatibile con la propria temperatura.

Per un corpo nero, l'ammontare massimo di flusso radiativo monocromatico che può essere emesso (*Irradianza monocromatica di corpo nero*,  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\mu\text{m}^{-1}$ ) è dato dalla **legge di Planck** :

$$E_{\lambda}^* = \frac{c_1}{\lambda^5 [\exp(c_2/(\lambda T)) - 1]} \quad [2.80a]$$

dove  $c_1$  e  $c_2$  valgono rispettivamente  $3.74 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^2 \cdot \mu\text{m}^4$  e  $1.44 \cdot 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ ,  $T$  è la temperatura del corpo (K) e l'asterisco indica che ci si riferisce ad un corpo nero. Nell'intervallo di temperatura tipico del *PBL*, la legge di Planck può così semplificarsi:

$$E_{\lambda}^* = c_1 \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp[-c_2/(\lambda T)] \quad [2.80b]$$

BANDA	FREQUENZA (Hz)	LUNGHEZZA D'ONDA ( $\mu\text{m}/\text{ciclo}$ )
Onde Elettriche	$0 \div 10^4$	$\infty \div 3 \cdot 10^{10}$
Onde Radio	$10^4 \div 10^{11}$	$3 \cdot 10^{10} \div 3 \cdot 10^3$
Infrarosso	$10^{11} \div 4 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^3 \div 7.5 \cdot 10^{-1}$
Visibile	$4 \cdot 10^{14} \div 7.5 \cdot 10^{14}$	$7.5 \cdot 10^{-1} \div 4 \cdot 10^{-1}$
Ultravioletto	$7.5 \cdot 10^{14} \div 3 \cdot 10^{16}$	$4 \cdot 10^{-1} \div 10^{-2}$
Raggi X	$3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}$	$10^{-2} \div 10^{-6}$
Raggi $\gamma$	$3 \cdot 10^{20} \div 3 \cdot 10^{21}$	$10^{-6} \div 10^{-7}$

Tab.2.2: lo spettro elettromagnetico.

COLORE	TIPICA LUNGHEZZA D'ONDA $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )
Violetto	0.430
Blu scuro	0.470
Blu chiaro	0.495
Verde	0.530
Giallo-Verde	0.560
Giallo	0.580
Arancio	0.600
Rosso	0.640

Tab.2.3: corrispondenza tra colori e lunghezze d'onda.

Oltre a ciò, la *legge di Wien*, espressa dalla relazione:

$$\lambda_{\max} = a/T \quad [2.80c]$$

consente la determinazione della lunghezza d'onda ( $\lambda_{\max}$ ), funzione della sola temperatura del corpo nero, cui corrisponde il picco spettrale. La costante numerica  $a$  è pari a  $2897 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$ .

La temperatura del sole è di circa  $5780\text{K}$  e quella tipica della superficie terrestre è dell'ordine di  $300\text{K}$ . Dalla Fig.2.20 si nota come lo spettro solare presenti un picco di irradianza monocromatica in corrispondenza della banda del visibile, mentre lo spettro terrestre presenti un picco localizzato nell'infrarosso. Per questo la *radiazione solare* viene indicata come *radiazione ad onda corta*.

L'ammontare totale di emissione  $E^*(\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$ , cioè l'integrale della distribuzione di irradianza rispetto alla lunghezza d'onda, detto *Irradianza* o *Flusso Radiativo* ed anch'essa funzione della sola temperatura del corpo nero, è dato dalla *legge di Stefan-Boltzmann*:



$$E^* = \sigma_{SB} T^4 \quad [2.80d]$$

in cui  $\sigma_{SB}$  (costante di Stefan Boltzmann) è pari a  $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ . Nel caso del sole, si ha che  $E^* = 63.28 \cdot 10^6 \text{ W m}^{-2}$ : l'irradianza solare è, quindi, enorme, soprattutto se paragonata a quella terrestre che, in base alla (2.80d) e ad una temperatura media di 300 K, è di circa  $459 \text{ W m}^{-2}$ .

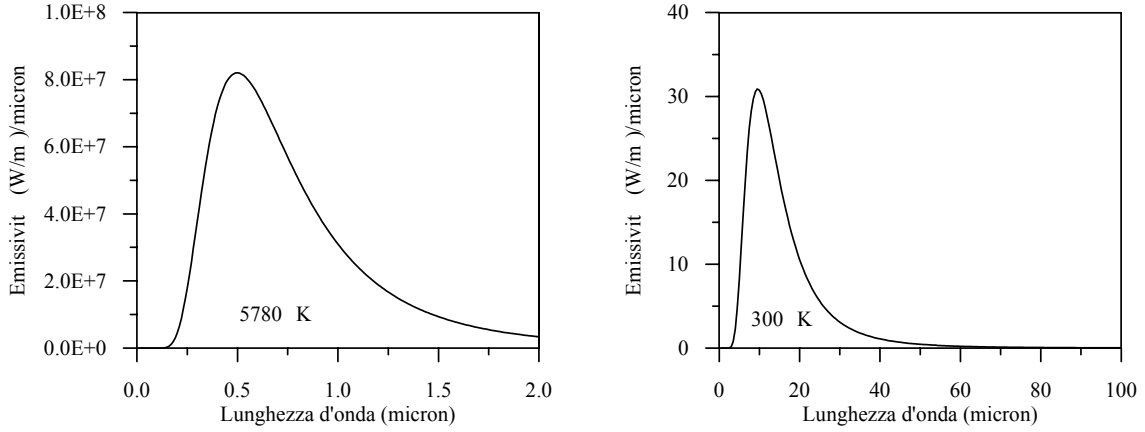


Fig.2.20: Irradianza monocromatica di corpo nero per due temperature tipiche.

Se  $R_1$  è il raggio della sfera che emette la radiazione e  $R_2$  è il raggio di una sfera concentrica alla prima e di dimensioni maggiori, la *legge dell'inverso del quadrato della distanza* dice che:

$$E_2^* = E_1^* \cdot (R_1 / R_2)^2 \quad [2.80e]$$

Se  $E_1^* = 63.28 \cdot 10^6 \text{ W m}^{-2}$  e  $R_1 = 6.96 \cdot 10^5 \text{ km}$  (raggio di sole), su una sfera con  $R_2 = 149.6 \cdot 10^6 \text{ km}$  (raggio dell'orbita terrestre),  $E_2^*$  è pari a  $1370 \text{ W m}^{-2}$ : si vede quindi che l'energia solare giunge alla superficie terrestre ridotta di un fattore  $2.16 \cdot 10^{-5}$ . Se si schematizza la propagazione della radiazione da un corpo sferico con un insieme di raggi (o percorsi luminosi rettilinei) che partono dal centro della sfera, l'irradianza è l'ammontare di energia che nell'unità di tempo attraversa una superficie di area unitaria posta perpendicolarmente al raggio stesso. Se la superficie non è perpendicolare al raggio, l'irradianza che raggiunge tale superficie risulta ridotta secondo quanto previsto dalla *legge del seno*:

$$E' = E^* \sin(\Psi) \quad [2.80f]$$

dove  $\Psi$  è l'angolo di elevazione solare.

Fin qui si sono considerati solo corpi neri, tuttavia nel *PBL* non si incontrano mai veri corpi neri, ma solo corpi caldi il cui comportamento si scosta più o meno dal comportamento teorico del corpo nero (*corpi grigi*). Si consideri un generico corpo reale ad una data temperatura e la radiazione da esso emessa ad una lunghezza d'onda  $\lambda$ . Sia  $E_\lambda^*$  l'irradianza prevista dalla legge di Planck e  $E_\lambda$  l'irradianza propria del corpo in esame. Si definisce *emissività*  $e_\lambda$  il rapporto:

$$e_\lambda = E_\lambda / E_\lambda^* \quad [2.80g]$$

che rappresenta la frazione di radiazione di corpo nero emessa realmente dal corpo. Si definisce, invece, *coefficiente di assorbimento*  $a_\lambda$  la frazione di radiazione, incidente su una superficie, che

viene assorbita dal corpo stesso ad una data lunghezza d'onda. La *legge di Kirchhoff* afferma che, per un dato corpo ed una lunghezza d'onda, il coefficiente di assorbimento è uguale alla emissività, cioè che:

$$a_{\lambda} = e_{\lambda} \quad [2.80h]$$

Per *trasparenza* di un corpo si intende il fatto che una porzione di energia incidente (al limite tutta) viene trasmessa al suo interno. E' quindi possibile definire un *coefficiente di trasmissione*  $t_{\lambda}$  come quella frazione di radiazione incidente a lunghezza d'onda  $\lambda$  trasmessa attraverso il corpo. Se una parte di radiazione è trasmessa attraverso il corpo, una parte viene anche riflessa dal corpo stesso. E' possibile quindi definire *riflettività*  $r_{\lambda}$  (*albedo*) la frazione di radiazione a lunghezza d'onda  $\lambda$  riflessa dal corpo in esame. Per la conservazione dell'energia è necessario:

$$a_{\lambda} + r_{\lambda} + t_{\lambda} = 1 \quad [2.80i]$$

$a_{\lambda}, r_{\lambda}, t_{\lambda}$  variano con  $\lambda$ : per esempio, la neve riflette circa il 90% della radiazione incidente nell'ultravioletto e nel visibile, ma molto poco nell'infrarosso. In pratica, invece di considerare una singola lunghezza d'onda, è anche possibile esaminare l'effetto complessivo su una banda più o meno vasta, giungendo alla definizione di un *coefficiente di emissività integrale* ed un *coefficiente di albedo integrale*. In Tab.2.4 vengono presentati alcuni valori caratteristici di emissività integrale (a 20°C).

Tipo di Superficie	Emissività Integrale
Acqua	0.86
Ghiaccio	0.92
Neve	0.99
Vegetazione	0.94
Terreno nudo	0.97

Tab.2.4: alcuni esempi di coefficiente di emissività integrale.

### 2.3.1.2 La radiazione ad onda corta

#### 2.3.1.2.1 Alcune considerazioni astronomiche.

La *legge di Keplero* asserisce che i pianeti del sistema solare si muovono attorno al sole su orbite ellittiche e la relazione tra il periodo  $Y$  di ciascuna orbita e la distanza media del pianeta dal sole è  $Y = a \cdot R^{3/2}$  dove  $a$  vale circa 0.1996,  $Y$  è espressa in giorni terrestri e  $R$  in  $10^9$ m. Nel caso della Terra, con un raggio medio dell'orbita di  $149.6 \cdot 10^9$  m, il periodo è di 365.2 giorni, che è appunto la durata dell'anno terrestre. Il *semiasse maggiore*  $a$  dell'orbita terrestre è  $149.457 \cdot 10^9$  m, mentre la lunghezza del *semiasse minore*  $b$  è  $149.090 \cdot 10^9$  m. Il centro del Sole è posto in uno dei fuochi dell'ellisse e la semidistanza tra i due fuochi  $c$  è di  $2.5 \cdot 10^9$  m: come si può notare l'orbita è molto vicina ad essere un'orbita circolare.

L'asse di rotazione terrestre è inclinato rispetto al piano dell'orbita terrestre di un angolo pari a  $\Phi_r = 23.45^\circ$ , uguale per definizione alla latitudine del Tropico del Cancro nell'Emisfero Nord mentre il tropico del Capricorno nell'Emisfero Sud ha lo stesso valore assoluto di latitudine, ma segno negativo. L'*angolo di declinazione Solare*  $\delta_s$  è l'angolo tra l'*eclittica* (il piano occupato dall'orbita del sistema Terra-Luna attorno al Sole) ed il piano equatoriale. Dato che la direzione dell'inclinazione dell'asse terrestre è circa costante rispetto alle stelle fisse, la declinazione

solare varia da  $23.45^\circ$  al 22 Giugno (*Solstizio d'estate* nell'emisfero Nord) a  $-23.45^\circ$  al 22 Dicembre (*Solstizio d'inverno*). Il *giorno Giuliano*  $d$  il numero caratteristico del giorno corrente, contato in progressione crescente dal primo di Gennaio. Il Solstizio d'Estate, per gli anni non bisestili, corrisponde al giorno Giuliano 173 ( $d_r$ ) e l'ultimo giorno dell'anno è il giorno Giuliano 365 ( $d_y$ ). Premesso ciò, l'angolo di *declinazione solare* è dato dalla relazione approssimata seguente:

$$\delta_s = \Phi_r \cdot \cos[2\pi(d - d_r)/d_y] \quad [2.81a]$$

La Terra ruota attorno al proprio asse e l'angolo di *elevazione solare locale*  $\Psi$  rispetto all'orizzonte cambia durante la giornata, è nullo all'alba ed al tramonto con la dipendenza seguente dalla latitudine  $\Phi$  e dalla longitudine  $\lambda_e$  del punto considerato sulla superficie terrestre:

$$\sin\Psi = \sin(\Phi) \cdot \sin(\delta_s) - \cos(\Phi) \cdot \cos(\delta_s) \cos[2\pi t_{UTC}/t_d - \lambda_e] \quad [2.81b]$$

dove  $t_{UTC}$  è l'ora di Greenwich e  $t_d$  è la durata del giorno pari a 24 ore. L'alba ed il tramonto *geometrici* si hanno quando il centro del sole ha un angolo di elevazione nullo, cioè quando:

$$t_{UTC} = \frac{t_d}{2\pi} \left\{ \lambda_e \pm \cos^{-1} \left[ \frac{\sin(\Phi)\sin(\delta_s) - \sin(\Psi)}{\cos(\Phi)\cos(\delta_s)} \right] \right\} \quad [2.81c]$$

(se si usa in questa relazione il segno positivo, si ha l'alba, altrimenti il tramonto). Si hanno inoltre un'alba ed un tramonto *apparenti* quando la parte alta del cerchio solare scende sotto l'orizzonte, cosa che corrisponde ad un angolo di  $-0.267^\circ$ , se visto dalla superficie terrestre. La rifrazione della luce attraverso l'atmosfera porta questo angolo ad un valore, in modulo, ancora più elevato e pari a  $-0.833^\circ$ . A questo punto la superficie terrestre non riceve più *direttamente* luce del sole, anche se può ancora riceverne *indirettamente*, a causa dello *scattering* delle molecole di aria della parte alta dell'atmosfera illuminata dal sole.

### 2.3.1.2.2 Irradianza solare alla sommità dell'atmosfera

Il sole emette energia come un corpo nero alla temperatura di circa 6000 K. In accordo con la legge di Wien, lo spettro solare presenta il massimo ad una lunghezza d'onda di circa  $0.48 \mu m$  ed un intervallo spettrale compreso tra 0.2 e  $4 \mu m$  (cioè tra l'ultravioletto ed il vicino infrarosso) in cui il trasferimento di energia solare è significativo. In Fig.2.21 è presentato lo spettro solare sia fuori che dentro l'atmosfera, comparato con il corrispondente spettro di un corpo nero a pari temperatura. Solamente nell'ultravioletto la distribuzione dell'irradianza solare al di fuori dell'atmosfera devia da quella del corpo nero a 6000K, a causa delle macchie solari. Lo spettro solare entro l'atmosfera risulta abbastanza diverso da quello rilevato al di sopra di essa a causa dell'interazione tra la radiazione solare ed i alcuni dei gas che la compongono.

Alla sommità dell'atmosfera l'Irradianza solare vale  $1370 \text{ Wm}^{-2}$ , valore che non tiene conto di due fatti: il primo deriva dalla constatazione che l'orbita terrestre è ellittica e che quindi questo valore di irradianza varia col tempo, mentre il secondo fatto è legato alla rotazione terrestre attorno al proprio asse. Tenendo conto di tutto ciò, si ottiene la relazione seguente:

$$E = \begin{cases} S_0 \cdot f \cdot \sin(\Psi) & \text{se } \Psi > 0 \\ 0 & \text{se } \Psi \leq 0 \end{cases} \quad [2.81d]$$

dove  $S_0$  è la costante solare ( $1370 \text{ W m}^{-2}$ ) e  $f$  è la funzione dell'ellitticità dell'orbita terrestre:

$$f = 1.000110 + 0.034221 \cos d_0 + 0.001280 \sin d_0 + 0.000719 \cos 2d_0 + 0.000077 \sin 2d_0 \quad [2.81e]$$

con  $d$  pari al giorno giuliano e  $d_0 = \pi(d-1)/365$ .

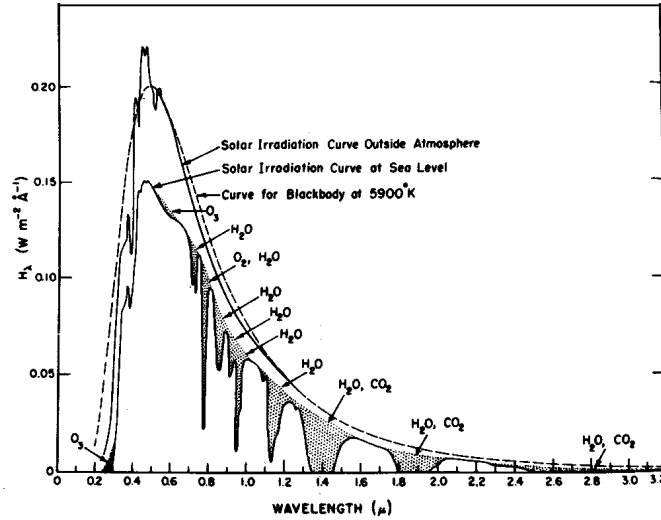


Fig.2.21: spettro solare ed emissività monocromatica di un corpo nero a 6000 K (Liou, 1992).

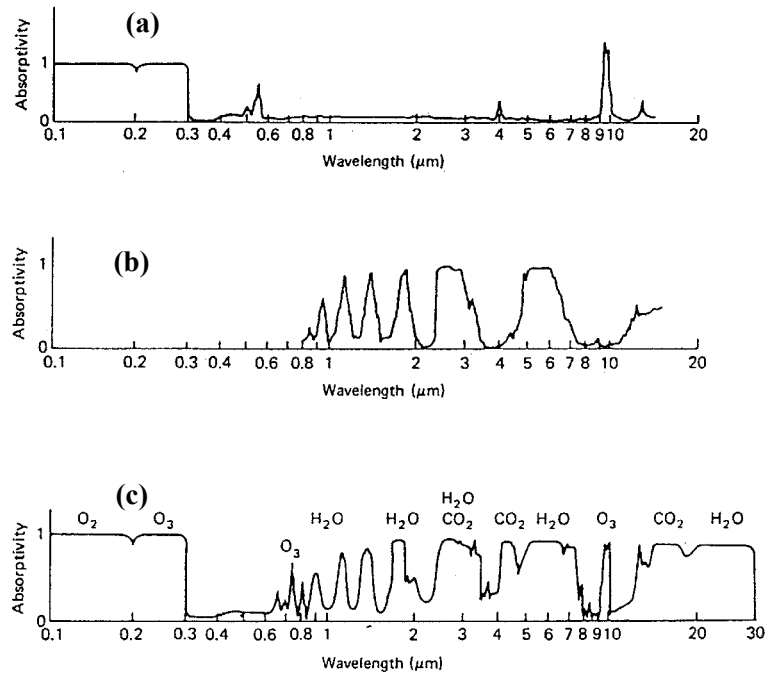


Fig.2.22: spettro di assorbimento per (a) l'ossigeno molecolare e l'ozono, (b) per l'acqua e (c) per l'atmosfera (da Liou, 1992).

### 2.3.1.2.3 Irradianza in atmosfera ed al suolo

In assenza di nubi e di inquinamento, la radiazione solare che attraversa l'atmosfera viene in parte assorbita da alcuni costituenti gassosi ed in parte diffusa dagli stessi. D'altro canto la radiazione ad onda corta che giunge al suolo viene riflessa e, quindi, ad una generica quota  $z$ , si avrà un flusso radiativo ad onda corta rivolto verso il basso  $R_{SW}^{\downarrow}$  ed un altro flusso, sempre ad onda corta, rivolto verso l'alto  $R_{SW}^{\uparrow}$ . L'assorbimento della radiazione solare che fluisce verso il suolo è causato principalmente dalla presenza in atmosfera di alcuni gas come il vapor d'acqua, la  $CO_2$  e  $O_2$ ; tra essi, comunque, il *principale assorbitore* di radiazione solare è sicuramente il *vapor d'acqua*. L'effetto di tali gas sullo spettro solare rilevato al suolo lo si può vedere sempre nella Fig.2.21. Inoltre nella Fig.2.22 viene presentato il coefficiente di assorbimento in funzione della lunghezza d'onda della radiazione per i vari gas presenti in atmosfera. Il calcolo di  $R_{SW}^{\downarrow}$  e  $R_{SW}^{\uparrow}$  alle varie quote del PBL è piuttosto complesso e per questo si rimanda a Pielke, 2002.

Si consideri ora solo ciò che avviene al livello del suolo. La radiazione solare (*Radiazione Solare Globale*) che giunge al suolo  $R_0^{\downarrow}$  (supposto piano ed orizzontale) può essere facilmente misurata, come si vedrà nel seguito. Ciò nonostante sono state sviluppate correlazioni piuttosto realistiche per la sua stima una volta noto:

- la posizione geografica del luogo di cui si è interessati (latitudine e longitudine),
- il tempo (data e ora),
- le caratteristiche fisiche della superficie terrestre (il coefficiente di albedo),
- la copertura nuvolosa, cioè la frazione di cielo coperto (espressa in ottavi o decimi di cielo coperto).

Una delle correlazioni più usate è quella ottenuta da De Bruin e Holtslag (1982) e Holtslag e van Ulden (1983) rianalizzando il lavoro di Kasten e Czeplak (1980):

$$R_0^{\downarrow} = \begin{cases} (a_1 \sin \Psi + a_2) \cdot (1 + b_1 N^{b_2}) & \text{di giorno} \quad (\text{i.e. } \sin \Psi > 0) \\ 0 & \text{di notte} \quad (\text{i.e. } \sin \Psi = 0) \end{cases} \quad [2.82a]$$

dove  $N$  è la frazione totale di cielo coperto (variabile tra 0 ed 1) e  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  e  $b_2$  assumono rispettivamente i valori di 990, -30, -0.75 e 3.4. Questa relazione non ha una validità *assoluta*, visto che tiene conto in maniera molto aggregata dei fenomeni di inquinamento presenti nella località di interesse. Per chiarire questo concetto va detto che tutti i coefficienti sopra riportati si riferiscono a situazioni dell'Europa del Nord o delle parti settentrionali degli USA. In Tab.2.5 sono presentati alcuni valori attribuiti a tali parametri in differenti situazioni sperimentali.

$a_1$ (W/m <sup>2</sup> )	$a_2$ (W/m <sup>2</sup> )	Località
910	-30	Amburgo (1980)
1100	-50	Nord Atlantico (1964)
1098	-65	Boston (1945)
1041	-69	De Bilt - Olanda (1983)
1087	-209	Mexico City (1992-1993) (Sozzi e al., 1997)

Tab. 2.5: valori di alcuni coefficienti della relazione (2.82a) in differenti località.

Più complessa, ma di validità più generale, è il modello proposto da Kondo e Miura (1985) in grado di stimare la *radiazione solare globale al suolo* in condizioni di cielo sereno:

$$R_0^\downarrow = E \cdot [C_{s1} + 0.7 \cdot 10^{-F1 \cdot \sec(\zeta)}] \cdot (1 - i_{s1}) \cdot (1 + j_{s1}) \quad [2.82b]$$

dove:

$$C_{s1} = \begin{cases} 0.21 - 0.2\beta & \text{se } \beta \leq 0.3 \\ 0.15 & \text{se } \beta > 0.3 \end{cases} \quad [2.82c]$$

$$F1 = 0.056 + 0.16\beta^{1/2} \quad [2.82d]$$

$$i_{s1} = 0.014(\sec \zeta + 7 + 2x_r)x_r \quad [2.82e]$$

$$j_{s1} = (0.066 + 0.34\beta^{1/2}) \cdot (A - 0.15) \quad [2.82f]$$

In queste equazioni  $\beta$  è la *turbidità* atmosferica (normalmente posta a 0.04),  $A$  è l'albedo e  $x_r$  è l'*acqua precipitabile* (cm) data dalla relazione:

$$x_r = 0.0312 \cdot T_{dew} - 0.0963 \quad [2.82g]$$

dove  $T_{dew}$  è la temperatura di rugiada (°C). Tale relazione presuppone condizioni di cielo sereno. Quando, invece, è presente una copertura nuvolosa  $N$ , la radiazione globale così calcolata va moltiplicato per  $(1 + b_1 N^{b_2})$ , con  $b_1$  e  $b_2$  che assumono gli stessi valori proposti precedentemente.

<i>Superficie</i>	<i>Albedo</i>		<i>Superficie</i>	<i>Albedo</i>
neve fresca	0.75 - 0.95		strada non asfaltata	0.18 - 0.35
neve vecchia	0.35 - 0.75		calcestruzzo	0.15 - 0.37
ghiaccio grigio	0.6		edifici	0.09
acqua profonda	0.05 - 0.2		area urbana media	0.15
suolo scuro e umido	0.06 - 0.08		campo incolto	0.05 - 0.12
suolo chiaro e secco	0.16 - 0.18		grano	0.10 - 0.23
suolo rosso	0.17		riso	0.12
argilla umida	0.16		canna da zucchero	0.15
argilla secca	0.23		segale invernale	0.18 - 0.23
terriccio umido	0.16		mais	0.18
terriccio secco	0.23		tabacco	0.19
suolo sabbioso	0.20 - 0.25		patate	0.19
suolo di torba	0.05 - 0.15		cotone	0.20 - 0.22
calce	0.45		sorgo	0.20
gesso	0.55		foreste di conifere	0.05 - 0.15
lava	0.10		foreste decidue	0.10 - 0.25
granito	0.12 - 0.18		prato verde	0.26
sassi	0.20 - 0.30		pascolo verde	0.10 - 0.20
tundra	0.15 - 0.20		savana	0.15
dune di sabbia	0.20 - 0.45		steppa	0.20
strada asfaltata	0.05 - 0.15		deserto	0.20 - 0.35

Tab.2..6 : *tipici valori del coefficiente di albedo integrale.*

Parte della radiazione solare ad onda corta che giunge al suolo viene riflessa dalla superficie terrestre che possiede un coefficiente di riflettività variabile in generale con la lunghezza d'onda della radiazione incidente. In pratica, ciò che è interessante è il rapporto tra la radiazione che

complessivamente viene riflessa dal suolo e la radiazione che complessivamente raggiunge il suolo, cioè il coefficiente di *albedo* ( $\alpha$ ) *superficiale o integrale* che assume valori differenti a seconda del tipo di suolo: per esempio, vale circa 0.95 per una distesa nevosa (che quindi riflette quasi tutta la radiazione incidente) e 0.05 per un suolo scuro ed umido (che quindi trattiene quasi tutta la radiazione incidente). In *Tab.2.6* sono riportati alcuni tipici valori di albedo.

Sperimentalmente è noto che l'albedo non è costante, nemmeno per una superficie totalmente uniforme, ma varia con l'angolo di elevazione solare secondo una relazione che consente di stimarne il valore effettivo  $\alpha$ , noto il suo valor medio  $\alpha'$  (dedotto dalla *Tab.2.6*) e l'angolo di elevazione solare  $\Psi$  (in gradi) (Paltridge e Platt, 1976):

$$\alpha = \alpha' + (1 - \alpha') \cdot \exp[-0.1\Psi - 0.5(1 - \alpha')^2] \quad [2.83a]$$

da cui risulta evidente come il coefficiente di albedo integrale sia tanto maggiore quanto più basso è il sole sull'orizzonte. La radiazione ad onda corta riflessa risulta quindi pari a:

$$R_0^\uparrow = -\alpha \cdot R_0^\downarrow \quad [2.83b]$$

dove con  $\alpha$  si è indicato il coefficiente effettivo di albedo, che tiene conto anche dall'effetto dovuto all'angolo di elevazione solare.

## 2.3.2 la Radiazione ad onda Lunga

### 2.3.2.1 La Radiazione Atmosferica

Il *PBL* è costituito di che è un corpo *caldo* e che emette nell'infrarosso. E' quindi una sorgente volumetrica distribuita la cui descrizione matematica è molto complessa, soprattutto per la presenza di tre gas particolarmente abbondanti: il vapor d'acqua, l'anidride carbonica e l'ozono. La complessità deriva sia dal fatto che tali gas hanno emissività specifiche diverse al variare della lunghezza d'onda della radiazione, sia dal fatto che normalmente la loro distribuzione spaziale è diversa da gas a gas. Limitatamente al *PBL*, mentre l'anidride carbonica ha in generale una distribuzione spaziale abbastanza uniforme, per quanto riguarda invece l'ozono, la sua presenza dipende da quanto sia marcato l'inquinamento fotochimico. Un discorso a parte va fatto per il vapor d'acqua. Per prima cosa va rilevato che tale gas ha le principali sorgenti proprio alla superficie terrestre ed inoltre che alla sommità del *PBL* molto spesso ci sono forti concentrazioni di acqua (sia in fase solida, che liquida e gassosa) sotto forma di nubi. Questi tre gas non esauriscono tutti i problemi che si incontrano nella modellizzazione della Radiazione ad onda lunga. Ci sono situazioni in cui l'inquinamento atmosferico è molto forte (come nel caso di grandi aree urbane o di grandi centri industriali) con la presenza di un numero rilevante di sostanze inquinanti di vario genere. Ovviamente tutte queste sostanze contribuiscono a complicare la distribuzione della radiazione ad onda lunga. La trattazione teorica della distribuzione spaziale dei flussi ascendenti e discendenti della radiazione ad onda lunga è di una formidabile complessità. Per i dettagli si rimanda a Pielke (1984) e Liou (1992).

Di notevole interesse pratico è la radiazione ad onda lunga che giunge al suolo. Essa che può adeguatamente misurata, come si dirà in seguito, ma può anche essere determinata con l'aiuto di alcune correlazioni semiempiriche basate su parametri facilmente misurabili. Un primo gruppo di correlazioni parte dalla considerazione che  $R_{lw0}^\downarrow$  è calcolabile mediante la legge di Stefan-Boltzmann:

$$R_{hw0}^{\downarrow} = \varepsilon_a \sigma T^4 \quad [2.84a]$$

dove  $T$  è la temperatura dell'aria nei pressi del suolo e  $\varepsilon_a$  è l'emissività dell'atmosfera. Questi metodi si differenziano l'uno dall'altro in base al tipo di correlazione impiegata per esprimere l'emissività. Se si ipotizza che l'emissività dipenda solo dalla tensione di vapore  $e$  (mb), da  $T$ (K) e dalla copertura nuvolosa  $N$ , una correlazione molto usata è (Pluss e Ohmura,1997):

$$\varepsilon_a = \left(0.23 + 0.859(e/T)^{1/8}\right) \cdot (1 - N^3) + 0.963N^3 \quad [2.84b]$$

Molto usata nei processori meteorologici a servizio dei principali modelli di dispersione degli inquinanti in atmosfera è la relazione proposta da Holtslag e van Ulden (1983), derivante dalla rielaborazione di quanto riportato in Swinbank (1963), Paltridge e Platt (1976) e Idso e Jackson (1969). Tale correlazione dipende da  $T$  e da  $N$  nella semplice maniera seguente:

$$R_{hw0}^{\downarrow} = c_1 T^6 + c_2 N \quad [2.84c]$$

dove i coefficienti  $c_1$  e  $c_2$  valgono rispettivamente  $5.31 \cdot 10^{-13}$  e 60 (Holtslag e van Ulden, 1983).

### 2.3.2.2 La Radiazione Terrestre

La superficie terrestre e tutto ciò che sta sopra di essa (campi coltivati e foreste, superfici d'acqua come oceani, mari, laghi e fiumi e le costruzioni umane) sono sorgenti di radiazione elettromagnetica ad onda lunga. Tutto questo complesso insieme di sorgenti radiative di varia natura può essere considerato un'unica sorgente di tipo area caratterizzata da un coefficiente di emissione  $\varepsilon_s$  e da una temperatura  $T_s$ .

Questa schematizzazione conduce immediatamente a dire che in base alla legge di Stefan-Boltzmann :

$$R_{hw0}^{\uparrow} = \varepsilon_s \cdot \sigma T_s^4 \quad [2.85a]$$

l'emissività del suolo  $\varepsilon_s$  è funzione del tipo di superficie naturale considerata (Tab.2.7). Anche se tale parametro è sempre molto vicino all'unità, sono comunque rilevabili alcune differenze.

Natura della superficie	$\varepsilon_s$	Natura della superficie	$\varepsilon_s$
Neve fresca	0.99	Cemento	0.71÷0.9
Neve vecchia	0.82	Calcare	0.92
Sabbia secca	0.95	Arenaria	0.98
Sabbia umida	0.98	Erba rasata	0.97
Torba secca	0.97	Erba alta	0.90÷0.95
Torba umida	0.98	Foreste decidue	0.95
Suolo nudo	0.95 - 0.98	Conifere	0.97
Catrame e ghiaia	0.92	Aree urbane	0.85÷0.95
Cemento	0.71÷0.9	Deserto	0.84÷0.91
Asfalto	0.95	Acqua	0.97

Tab.2.7: alcuni valori di emissività superficiale caratteristici.

E' molto raro che si misuri  $T_s$ , mentre è normale misurare  $T$  (temperatura dell'aria ad una quota



di riferimento, normalmente 2 m sopra il suolo). Per aggirare questa difficoltà, Holtslag e van Ulden (1983) e van Ulden e Holtslag (1985) hanno proposto un metodo approssimato, *valido però solo per le ore diurne*. In primo luogo, ponendo per semplicità  $\varepsilon_s$  pari a 1 e sviluppando in serie di Taylor la potenza della temperatura  $T_s$ , si ha che in prima approssimazione:

$$R_{hw0}^{\uparrow} \cong \sigma T^4 + 4\sigma T^3(T_s - T) \quad [2.85b]$$

Sperimentalmente si è constatato che:

$$4\sigma T^3(T - T_s) = -c_H R_N \quad [2.85c]$$

dove  $R_N$  (*Radiazione Netta*) è la somma algebrica delle componenti radiative ad onda corta e lunga (come si discuterà nel seguito). Il coefficiente  $c_H$  vale circa 0.12, anche se presenta una variazione in funzione delle caratteristiche del suolo e della umidità dell'aria. In particolare, se la prima variazione viene condensata in un coefficiente  $\alpha$  (in *Tab.2.8* sono riportati valori per alcune superfici caratteristiche) e se si indica con  $\gamma/s$  il rapporto tra la costante psicrometrica e la derivata della umidità specifica di saturazione rispetto alla temperatura, si ha che:

$$c_H = 0.38 \left[ \frac{(1 - \alpha) + \gamma/s}{1 + \gamma/s} \right] \quad [2.85d]$$

Tipo di suolo	$\alpha$
Deserto	0.1
Zone aride rurali	0.3
Campi coltivati (durante periodi secchi)	0.5
Aree urbane con edifici e strade	0.5
Zone miste urbane e suburbane con parchi	0.8
Foreste e campi (durante i periodi umidi)	1.0
Larghi specchi d'acqua	1.4

*Tab 2.8: valori tipi per il coefficiente  $\alpha$  (Hanna e Chang, 1992).*

Il rapporto  $\gamma/s$  può essere determinato mediante la relazione  $\gamma/s = \exp[-0.055(T - 279)]$ . In pratica il modello proposto si riconduce alla semplice relazione:

$$R_{hw0}^{\uparrow} = \varepsilon_s \sigma T^4 + c_H R_N \quad [2.85f]$$

### 2.3.3 Il Bilancio Radiativo e la Radiazione Netta

Si analizzano ora le varie componenti radiative al suolo e per questo si consideri la situazione reale evidenziata in *Fig.2.23* in cui sono riportati gli andamenti di tutte le componenti radiative considerate in un giorno poco nuvoloso, prese col segno positivo se in avvicinamento alla superficie terrestre e col segno negativo se in allontanamento. La componente solare  $R_{sw0}^{\downarrow}$  (*curva 1* in figura) è sempre nulla durante le ore notturne e presenta un andamento di tipo quasi sinusoidale nelle ore diurne, conseguenza della sua dipendenza diretta dall'angolo di elevazione solare  $\mathcal{P}$ . Le irregolarità visibili nelle ore pomeridiane sono il risultato del passaggio di nubi

che riducono la componente diretta della radiazione solare. Se si osserva con attenzione, si nota come  $R_{sw0}^\downarrow$ , dopo una caduta dovuta al passaggio di una nube, assume valori *superiori al valore tipico di cielo sereno*: questo fenomeno, noto come *broken clouds* deriva dalla riflessione della radiazione con i bordi dei grossi cumuli isolati in movimento nel cielo. Per quanto riguarda  $R_{sw0}^\uparrow$  (curva 2), si nota una perfetta sincronia con  $R_{sw0}^\downarrow$ , propria di tutte le componenti riflesse. Considerando, invece, le componenti infrarosse, si nota come esse siano profondamente differenti. La  $R_{lw0}^\downarrow$  (curva 3) non ha sensibili variazioni nel tempo, data la sua dipendenza dalla temperatura dell'aria e dalla sua emissività: le uniche variazioni nel tempo possono essere attribuite solo a variazioni nel tempo dell'inquinamento atmosferico. Viceversa, la radiazione infrarossa emessa dal suolo  $R_{lw0}^\uparrow$  (curva 4) presenta uno spiccato andamento diurno, sincrono con la radiazione solare e indicativo del riscaldamento del suolo nelle ore diurne per la presenza del sole. L'apporto energetico esterno, prevalentemente rappresentato dalla radiazione solare incidente, alimenta il sistema fisico del *PBL* che reagisce, nell'ambito dei trasferimenti radiativi di energia, con la emissione di radiazione ad onda lunga.

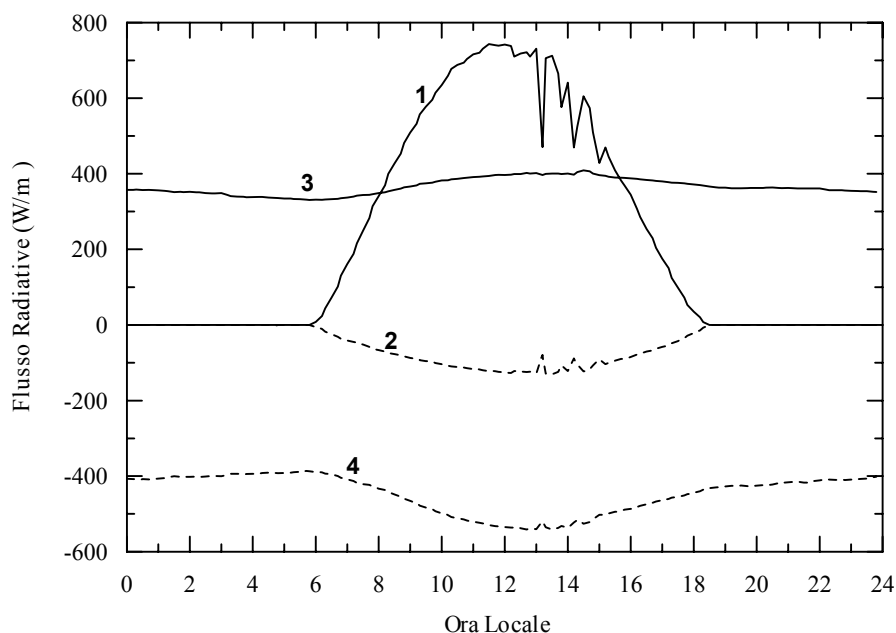


Fig.2.23: componenti radiative nella stazione meteorologica CNR-ISAC di Roma Tor Vergata.

Il bilancio di tutte le componenti radiative all'interfaccia aria-suolo, in ogni istante, è dato da:

$$R_N = R_{sw0}^\downarrow + R_{sw0}^\uparrow + R_{lw0}^\downarrow + R_{lw0}^\uparrow \quad [2.86a]$$

dove  $R_N$  è detta *Radiazione Netta*. Il bilancio non è nullo (cioè la  $R_N$  non è sempre nulla), come si nota in Fig.2.24 in cui è riportata la *Radiazione Solare Globale*  $R_{sw0}^\downarrow$  (nel seguito indicata come  $R_g$ ) che è la vera forzante del *PBL* e la Radiazione Netta  $R_N$ . Dato che non c'è sempre un bilanciamento tra ciò che è in arrivo e ciò che è in partenza, all'interfaccia aria-suolo resta dell'energia utile per alimentare l'evoluzione del *PBL*. Il bilancio radiativo superficiale determina quindi *quanta energia risulta disponibile al sistema PBL-Suolo*,  $R_N$  appunto. L'andamento di  $R_N$  segue abbastanza da vicino quello della Radiazione Solare Globale. Fino a poco dopo l'alba essa presenta valori negativi, cosa che sta ad indicare il maggior peso della

radiazione infrarossa emessa dal suolo caldo. Quando dall'alto l'apporto energetico sopravanza la radiazione infrarossa persa dal suolo (questo accade poco dopo l'alba e continua a capitare fino a poco prima del tramonto) il segno di  $R_N$  diventa positivo.

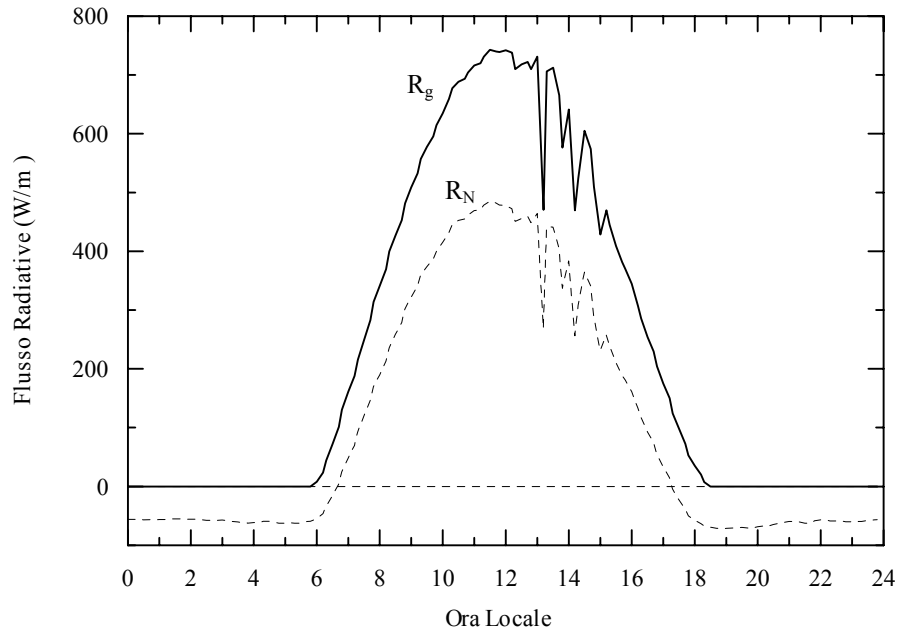


Fig. 2.24: *Radiazione Solare Globale e Radiazione Netta registrate presso la stazione meteorologica CNR-ISAC di Roma Tor Vergata.*

Frequentemente  $R_N$  viene misurata direttamente, tuttavia non è raro il caso in cui sia necessaria una sua stima a partire dalla conoscenza di poche e semplici misure meteorologiche. Per quanto detto al punto precedente, è facile ottenere la relazione seguente (Holtslag e van Ulden, 1983):

$$R_N = \frac{(1 - \alpha) \cdot (a_1 \sin \Psi + a_2) \cdot (1 + b_1 N^{b_2}) + c_1 T^6 + c_2 N - \sigma T^4}{(1 + c_H)} \quad [2.86b]$$

#### 2.3.4 Il flusso di calore nel terreno

La disponibilità di energia all'interfaccia aria-suolo induce come conseguenza un *riscaldamento del suolo* (o dell'acqua se la superficie terrestre nel punto che si sta considerando è costituita da una distesa di acqua come un oceano o un lago). In pratica si ha un *flusso di calore nel terreno* o più in generale nel substrato. Dato che il terreno è a diretto contatto con l'atmosfera ed è esposto superficialmente alla radiazione solare, la sua temperatura superficiale presenta una evoluzione tipica diurna e stagionale, mentre la temperatura in profondità presenterà una dinamica decisamente più lenta.

Il flusso di calore nel terreno ed il profilo termico verticale sono determinati dal bilancio energetico superficiale e dalle caratteristiche fisiche del terreno quali la sua densità e diffusività termica. Se si schematizza il suolo come una piastra piana orizzontale infinita e se si studia il trasferimento del calore al suo interno, è possibile ritenere che la *conduzione* sia il meccanismo principale di scambio termico. Questa è la ragione per cui il *flusso specifico di calore* ( $G$ ) ad

una profondità  $z$  (al di sotto della superficie) può essere descritto dalla *legge di Fourier*. Con l'asse verticale  $z$  positivo verso il basso, il flusso discendente di calore può essere descritto da:

$$G(z) = -K_T \frac{\partial T}{\partial z} \quad [2.87a]$$

dove  $T$  è la temperatura del suolo alla profondità  $z$  e  $K_T$  è la sua *conducibilità termica* che dipende, tra l'altro, dall'acqua presente nel suolo: in effetti quando piove, l'aria, originariamente presente negli interstizi tra i grani e cattiva conduttrice di calore, è rimpiazzata dall'acqua, buon conduttore di calore. In assenza di sorgenti di calore, la legge della conservazione del calore porta alla relazione seguente:

$$C_t \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial G}{\partial z} \quad [2.87b]$$

in cui  $C_t = \rho_t c_t$  è la *capacità termica volumetrica*, cioè la quantità di energia necessaria per innalzare di 1K la temperatura di un'unità di volume del terreno,  $\rho_t$  è la *densità del suolo*,  $c_t$  è il relativo *calore specifico*. Combinando la (2.87a) e la (2.87b) si ottiene l'*equazione di conduzione del calore nel suolo*:

$$C_t \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad [2.87c]$$

In Tab.2.9, sono riportati alcuni valori per la conducibilità termica, densità e calore specifico di alcuni tipi di suolo.

<b><i>Tipo di Suolo</i></b>	$K_T$ (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$c_t$ (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kgm <sup>-3</sup> )
Suolo Sabbioso secco	0.30	800	1600
Suolo sabbioso saturato	2.20	1480	2000
Suolo argilloso secco	0.25	890	1600
Suolo argilloso saturato	1.58	1550	2000
Suolo di torba secco	0.06	1920	300
Suolo di torba saturato	0.5	3650	1100
Neve fresca	0.08	2090	100
Neve vecchia	0.42	2090	480
Ghiaccio	2.24	2100	920
Acqua (4°C)	0.57	4180	1000

Tab.2.9: valori caratteristici di densità, calore specifico e conducibilità termica.

Se la temperatura superficiale presenta un andamento di tipo sinusoidale con escursione termica giornaliera pari a  $2A_0$  ed una temperatura minima  $\bar{T}$ , si ha che:

$$T(0, t) = \bar{T} + A_0 \sin(\Omega t) \quad [2.88a]$$

( $\Omega = 2\pi/(24 \cdot 3600) = 7.292 \cdot 10^{-5}$ ), che è la semplificazione dell'andamento termico tipico di ogni giorno sereno, la soluzione analitica della (2.87c) risulta pari:

$$T(z, t) = \bar{T} + A_0 \exp(-z / D) \sin(\Omega t - z / D) \quad [2.88b]$$

dove:

$$D = \sqrt{2D_t / \Omega} \quad [2.88c]$$

rappresenta la profondità a cui l'onda termica si è ridotta di un fattore  $1/e$  rispetto all'ampiezza superficiale. Per suoli tipici,  $D$  vale circa 0.2 m. In Fig.2.25 è illustrata la variazione della temperatura a varie profondità, relativa ad un suolo con  $D$  pari a 0.2 e con un andamento giornaliero della temperatura in cui il valore minimo è  $20^\circ\text{C}$  e  $A_0$  è pari a  $5^\circ\text{C}$ .

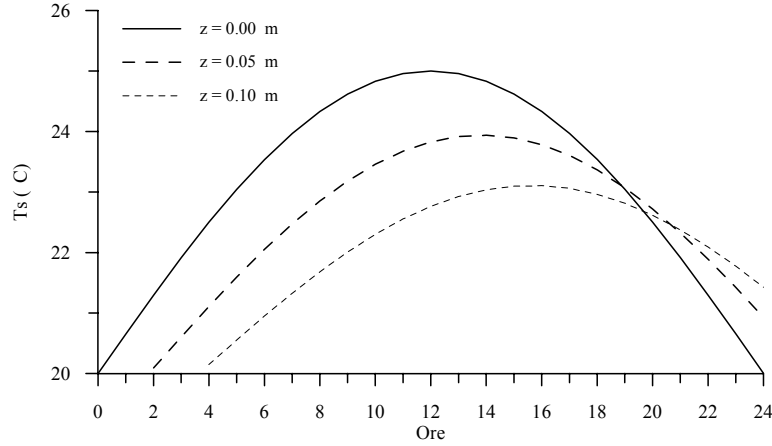


Fig.2.25: andamenti della temperatura del suolo a varie profondità in risposta ad una temperatura superficiale periodica.

La soluzione ottenuta presenta le seguenti caratteristiche:

- se la temperatura superficiale varia periodicamente, anche la temperatura ad una generica profondità varierà con la medesima periodicità,
- l'ampiezza dell'oscillazione decresce con  $z$  in modo esponenzialmente secondo la legge:

$$A(z) = A_0 \cdot \exp\left(-\sqrt{\Omega/2D}z\right)$$

- le oscillazioni termiche nel suolo presentano uno sfasamento. Il tempo di ritardo  $\delta$  delle temperature massime nel suolo, rispetto a quanto avviene in superficie, è proporzionale alla profondità nel modo seguente:

$$\delta(z) = \sqrt{1/(2\Omega D)}z$$

- la profondità di penetrazione del calore dipende dal periodo della temperatura in superficie. La variazione relativa dell'ampiezza della temperatura è data dalla legge seguente:

$$A(z)/A_0 = \exp\left[-\sqrt{\Omega/2D}z\right]$$

Le leggi presentate descrivono la variazione del flusso di calore con la profondità e quindi anche la variazione spazio-temporale della temperatura del suolo. Da esse è quindi anche possibile ottenere il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo  $G_0 = G(z = 0)$ , di particolare interesse nello studio del bilancio energetico superficiale. In Fig.2.26 viene presentato un andamento reale di

questo parametro, messo a confronto con la Radiazione Solare Globale e la Radiazione Netta.

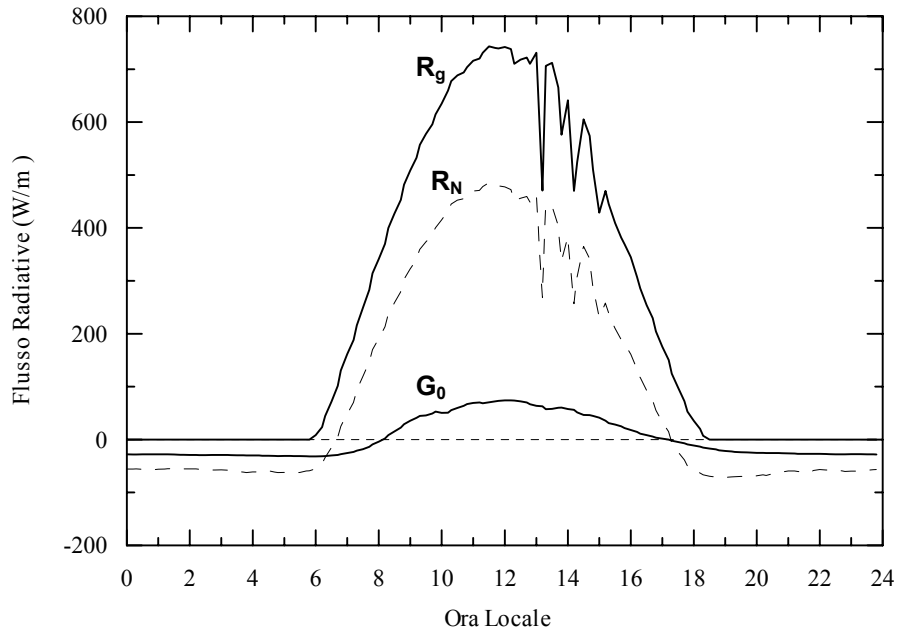


Fig.2.26: Radiazione Solare Globale, Radiazione Netta e Flusso di Calore nel terreno registrate presso la stazione meteorologica CNR-ISAC di Roma Tor Vergata.

Non è semplice stimare il flusso di calore nel terreno e per farlo sarebbe necessario conoscere la temperatura del suolo, parametro raramente misurato. In Holtslag e van Ulden (1983) è stato proposto un metodo semiempirico che può essere impiegato anche se sono disponibili poche informazioni. Tale metodo parte dal presupposto che lo strato d'aria e di vegetazione sopra la superficie terrestre abbiano un'elevata resistenza termica ed una bassa capacità termica. In tal caso il flusso di calore nel suolo deve essere strettamente correlato alla differenza di temperatura tra l'aria  $T_r$  ad una quota di riferimento  $z_r$  ed il suolo  $T_0$ . Per tale ragione una parametrizzazione plausibile risulta essere la seguente:

$$G = -A_G(T_r - T_0) \quad [2.89a]$$

dove  $A_G$  è un coefficiente empirico pari a circa  $5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ . Il problema nell'impiego di questa relazione sta nella presenza della differenza di temperatura tra aria e superficie del suolo, quest'ultima praticamente mai misurata di routine. Nelle ore diurne, dalle relazioni precedenti si ha la stima approssimata seguente:

$$G_0 = \frac{C_H A_G}{4\sigma T_r^3} R_n \quad [2.89b]$$

che può essere ulteriormente approssimata in:

$$G_0 = K \cdot R_N \quad [2.89c]$$

in cui il valore per la costante  $K$  è compreso tra 0.1 e 0.4. Nelle ore notturne questa procedura non può essere più applicata e si può procedere o stimando la differenza di temperatura tra aria e suolo mediante la Teoria della Similarità o scegliendo per il coefficiente  $K$  il valore 0.5.

### 2.3.5 Bilancio energetico superficiale

Si consideri il sistema fisico costituito dalla superficie terrestre e da ciò che la sovrasta (vegetazione, manufatti umani ecc.); tale sistema ha come *disponibilità energetica* la Radiazione Netta  $R_N$  e perde sicuramente energia trasferendola al sottosuolo ( $G_0$ ). Al suo interno esistono fonti energetiche ulteriori, come il calore derivante dalle attività umane (si pensi per esempio alle immissioni di calore che si riscontrano nei centri abitati e nelle zone industriali). Parte del calore disponibile verrà pure immagazzinato da questo sistema fisico ed il calore che rimane verrà trasferito al *PBL* sia come calore vero e proprio, sia come vapor d'acqua che evapora dalla superficie terrestre. Pertanto, il *bilancio energetico superficiale* risulta così espresso:

$$R_n - G_0 - Q_E - H_0 = \frac{\partial W}{\partial t} \quad [2.90a]$$

dove  $Q_E$  è il *flusso di calore latente* dovuto all'evaporazione dell'acqua superficiale,  $H_0$  il *flusso di calore sensibile* ed il membro di destra dell'equazione di bilancio rappresenta lo *storage di energia* del sistema, termine normalmente trascurato. Trascurando quindi il termine di *storage*, il bilancio energetico superficiale diventa:

$$R_n - G_0 = Q_E + H_0 \quad [2.90b]$$

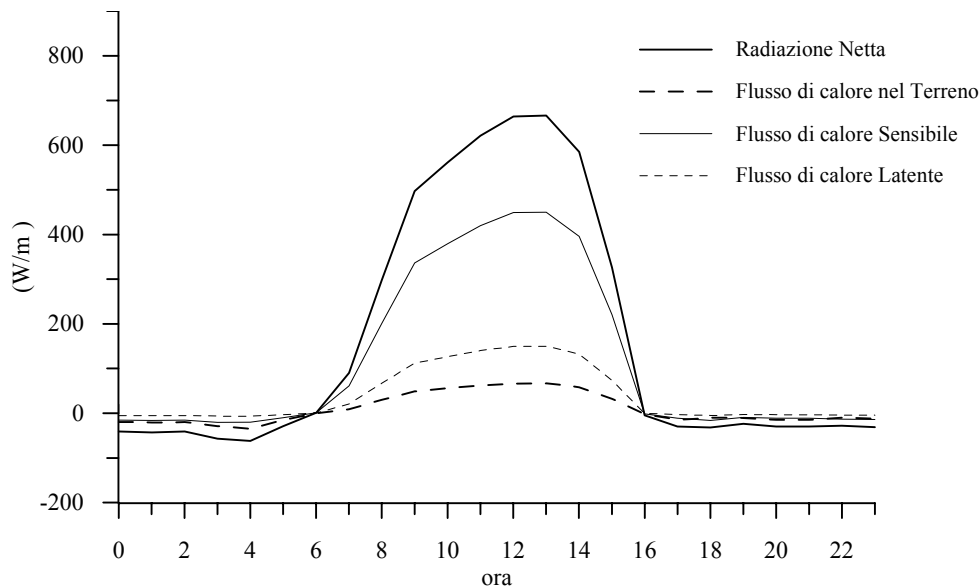


Fig.2.27: bilancio energetico superficiale a Città del Messico (stazione di Texcoco 20/5/1992).

Come esempio, in Fig.2.27 è presentato un bilancio energetico superficiale in cui sono evidenziati i differenti termini della (2.90b). Su una superficie semiarida, come quella cui si riferisce la figura, durante le ore diurne tutti i termini del bilancio energetico superficiale risultano positivi, mentre nelle ore notturne essi diventano tutti negativi. Questa è una situazione che si riscontra normalmente nelle giornate serene in tutti i siti semiaridi o coltivati. In questi ultimi e più ancora nei siti con forte presenza di vegetazione e con suolo umido, il flusso turbolento di calore latente spesso risulta più elevato del flusso di calore sensibile sia nelle ore diurne che (in modulo) in quelle notturne.

Si possono incontrare, però, anche situazioni molto differenti. Uno dei tipici è l'*effetto oasi* in cui nelle ore diurne dell'aria secca e calda proveniente dal deserto passa sopra un'oasi molto

meno calda e molto più umida. Il risultato è una forte evaporazione, con un conseguente elevato flusso di calore latente, mentre il flusso sensibile spesso raggiunge valori negativi.

I meccanismi di trasferimento d'energia all'interfaccia aria-suolo nei primi millimetri di aria sovrastanti sono *meccanismi di diffusione molecolare*. In particolare, ha luogo un trasferimento per *conduzione* del calore dalla superficie terrestre al primo strato di aria sovrastante, di dimensione estremamente ridotta. Tale trasferimento è regolato dalla ben nota legge:

$$Q_H = -k_H \frac{dT}{dz} \quad [2.90c]$$

dove  $k_H$  è la *diffusività termica molecolare* dell'aria pari a  $2.53 \cdot 10^{-5} \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Si può vedere come in questo piccolo strato di aria i gradienti termici siano molto elevati. Infatti, con  $H_0$  di  $200 \text{ Wm}^{-2}$ , in un millimetro d'aria si avrebbe una diminuzione di temperatura di circa 8K. Tutto ciò però si esaurisce in uno strato d'aria molto piccolo in cui, in pratica, ha luogo *tutto* il trasferimento di energia al *PBL*. Sopra di esso il meccanismo principale di trasferimento termico diventa la turbolenza, con i meccanismi già considerati in precedenza.

Per semplicità, è conveniente considerare una quota dove prevalgono i meccanismi turbolenti (dell'ordine del metro). Ad una tale quota, i flussi sensibile e latente sono espressi, come detto, da  $H_0 = \rho c_p \overline{w'\theta'}$  e  $Q_E = \lambda \rho \overline{w'q'}$ , quindi il *bilancio energetico superficiale* risulta essere pari a:

$$R_N - G_0 = \rho c_p \overline{w'\theta'} + \rho \lambda \overline{w'q'} \quad [2.90d]$$

Il rapporto tra flusso turbolento di calore sensibile e flusso turbolento di calore latente prende il nome di *rapporto di Bowen* e risulta definito da:

$$B = \frac{H_0}{Q_E} = \frac{c_p \overline{w'\theta'}}{\lambda \overline{w'q'}} = \gamma \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'q'}} \quad [2.90e]$$

dove  $\gamma$  è la *costante psicrometrica* pari a  $0.0004 (\text{g}_{\text{acqua}}/\text{g}_{\text{aria}})\text{K}^{-1}$ . Dalla (2.90e) risulta evidente che  $B$  sarà piccolo su superfici umide, a causa dell'evaporazione, e grande su superfici secche dove la maggior parte della radiazione netta verrà trasformata in calore sensibile. Valori tipici sono: 5 per regioni semiaride, 0.5 per prati e foreste, 0.1 per il mare e valori negativi per le oasi.

Il quesito che ci si pone è come e chi decida di ripartire la disponibilità energetica superficiale tra flusso sensibile e latente. L'evidenza sperimentale è che suoli aridi o semiaridi, quindi poveri di umidità, trasformano preferibilmente l'energia disponibile in  $H_0$  e ciò determina valori di  $B$  piuttosto elevati, mentre suoli molto umidi o addirittura con acqua superficiale prediligono la trasformazione dell'energia disponibile nel Flusso Latente di calore. In questo caso  $B$  assume valori che vanno da 0.5 per prati in condizioni normali, a 0.2 per campi irrigati.